

2次元非均質体系におけるモンテカルロ法の統計誤差過小評価の予測

(1) 高次モード計算コードの開発

Prediction of Underestimation of Statistical Uncertainty

in Monte Carlo Eigenvalue Calculation for 2D Heterogeneous Geometry

(1) Development of Higher-order Mode Calculation Code

*遠藤 知弘¹, 林 幸司¹, 山本 章夫¹

¹名古屋大学

モンテカルロ法による固有値計算における統計誤差過小評価割合の評価を主目的として、多群拡散近似に基づき高次モード計算コードを作成した。固有値が縮退した場合に対応できるように固有関数の再直交化を行う。

キーワード: 高次モード、固有値問題、再直交化、多群拡散計算

1. 緒言

モンテカルロ法による固有値計算ではべき乗法に基づき、前世代で得られた核分裂中性子源分布を利用して次世代の中性子追跡計算を実施し、核特性(中性子束分布や反応率分布)を推定する。ただし、世代間の核分裂中性子源には相関があるため、無相関を仮定した中心極限定理に基づいて統計誤差(標準誤差)を推定した場合には、真の統計誤差よりも過小評価されてしまうことが知られている。過去の研究において、核分裂中性子源の空間分布を、 λ モード固有値方程式の固有関数 ψ_n で展開し、その展開係数の世代間推移に AR モデルを適用することで、この統計誤差過小評価割合 $r \equiv (\text{見かけの統計誤差})/(\text{真の統計誤差})$ の推定式を導出した。

$$r \approx \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{w_n^2 \sigma_{d_n}^2}{1 - \rho_n^2}}{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{w_n^2 \sigma_{d_n}^2}{1 - \rho_n^2} \left(\frac{1 + \rho_n}{1 - \rho_n} \right)}} \dots (1), \quad w_n \equiv \int_{\Delta V} dV \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega' \Sigma_x(\vec{r}, E) \psi_n(\vec{r}, E', \Omega') \dots (2)$$

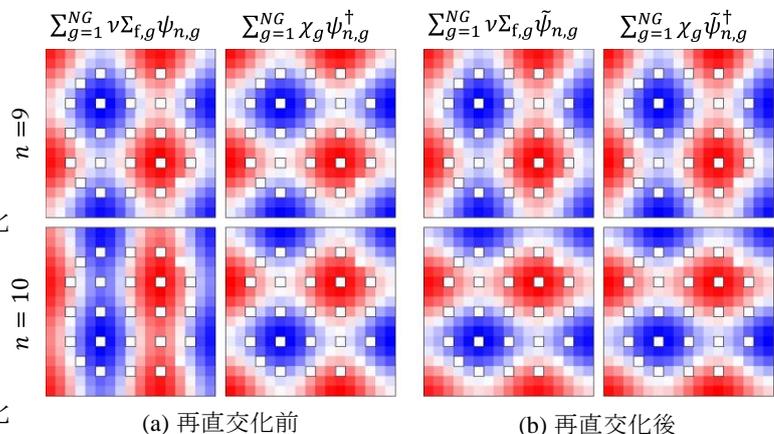
ここで ρ_n は固有値比、 $\sigma_{d_n}^2$ はノイズ項分散を表す。上式による r の計算には固有関数 ψ_n の数値解が必要となる。

2. 高次モード計算コード

多群拡散近似に基づき C++/Eigen を用いて以下のように作成した。まず forward/adjoint の固有値方程式をそれぞれ解くことで forward/adjoint 固有関数の事前推定値 ψ_n, ψ_n^\dagger を求める。次に、縮退している固有値の次数を判定する。縮退している次数 $m \sim (m+r-1)$ について、 ψ_n, ψ_n^\dagger それぞれに対して修正 Gram-Schmidt 法を適用した後、線形結合 $\tilde{\psi}_n^\dagger = \sum_{m=n}^{m+r-1} b_m^\dagger \psi_m^\dagger$ を考える。 λ モードの場合、 $\langle \tilde{\psi}_n^\dagger \mathbf{F} \tilde{\psi}_n \rangle = \delta_{n,n'}$ の直交条件(\mathbf{F} は生成演算子)を満足するよう連立方程式を解くことで係数 b_m^\dagger を求める。以上により、再直交化した固有関数 $\tilde{\psi}_n, \tilde{\psi}_n^\dagger$ を得る。

3. 計算結果例

全面完全反射境界条件とした PWR17×17 単一集合体を対象として、高次モード計算を実施した。固有値が縮退している例として $n = 9, 10$ の結果を図 1 に示す。再直交化前は、forward の核分裂源分布について 10 次モードに 9 次モードが若干混じった上、forward/adjoint 核分裂源分布の形が若干異なるため、直交性が崩れてしまう。再直交化により直交条件を満足するように改善できる。



(a) 再直交化前 (b) 再直交化後

図 1 高次モード計算結果($n = 9, 10$)

*Tomohiro Endo¹, Koji Hayashi¹ and Akio Yamamoto¹

¹Nagoya Univ.