

動特性方程式の効率的な数値解法

An Efficient Method of Numerical Calculation of Reactor Kinetics Equations

東海大学 *田原義壽、 亀山高範

完全陰解法で生じる計算時間幅の二乗以上の項による誤差を消去する簡便な方法を取り入れ、即発臨界以上のステップ状の反応度添加に対しても解析解と一致することを確認した。しかし、原子炉動特性方程式には、約 10^{-7} ~ 10^{-5} 秒の中性子寿命と、秒オーダーに対応する遅発中性子崩壊定数が含まれるため、数値計算でタイムステップ幅を大きくとることに困難を生じる（Stiffness問題）。この問題を解決するため、簡易的手法により計算精度を維持しながらタイムステップ幅を大きくとれる計算法を考案し解析解との一致を確認した。

キーワード：原子炉動特性、中性子密度、中性子先行核密度、反応度、Stiffness

1. はじめに

先の発表[1]では、タイムステップ幅(Δt)を固定したとき動特性方程式には、 $nW(\omega); W(\omega) = e^{\Delta t \omega} - \{1 + (\Delta t \omega)\}$ なる補正が必要であることを示した。本検討では、この補正により動特性方程式の差分化の誤差を除去できること、さらに数値積分に有効であることを確認した。しかし、Stiffnessの問題から時間幅を大きくとることはできない。炉心計算への適用性からは Δt を大きくとれる効率的な計算法が望まれる。このため、簡易的手法により精度を確保しつつも Δt を大きくとれる数値計算手法について検討した。

2. 動特性方程式の差分化

動特性方程式を $n(t) = n_0 e^{\omega_n t}$, $S(t) = \sum \lambda_i C_i(t) = \alpha e^{\omega_c t}$ と仮定してタイムステップ幅で積分し、式(1), (2)を得た。

$$n(\Delta t) = \frac{\alpha \Lambda}{\Lambda \omega_c - (\rho - \beta_{eff})} \left(e^{\omega_c \Delta t} - e^{-\frac{\rho - \beta_{eff}}{\Lambda} \Delta t} \right) + n_0 e^{-\frac{\rho - \beta_{eff}}{\Lambda} \Delta t} \quad (1), \quad C_i(\Delta t) = \frac{\beta_{i,eff}}{\Lambda} \frac{n_0}{\omega_n + \lambda_i} \left(e^{\omega_n \Delta t} - e^{-\lambda_i \Delta t} \right) + C_{i,0} e^{-\lambda_i \Delta t} \quad (2)$$

式(1)の中性子密度の式の係数には、 $1/\Lambda$ の項がないのでStiffnessが緩和されているが、式(2)には残っている。そこで、遅発中性子先行核濃度の式にStiffness Confinement Method[2, 3]を適用し積分することにより、係数に $1/\Lambda$ を含まない下式を得た。

$$C_i(\Delta t) = \frac{\beta_{i,eff}}{\Lambda \omega_n - (\rho - \beta_{eff})} \frac{\alpha}{\omega_n + \lambda_i} \left(e^{\omega_c \Delta t} - e^{-\lambda_i \Delta t} \right) + C_{i,0} e^{-\lambda_i \Delta t} \quad (3)$$

これらを組み合わせた二つの手法：式(1)と式(2)を用いた“手法1”と、式(1)と式(3)を用いた“手法2”を考えその特性を比較検討した。 ω_c, ω_n は n と C_i の連立方程式がタイムステップ幅内で成立するSelf-consistent ω として、式(4)を用いて繰り返し計算により求めた。ただし、 n' および S' は Δt 経過後の値を表す。

$$\omega_n = [\ln(n') - \ln(n)]/\Delta t, \quad \omega_c = [\ln(S') - \ln(S)]/\Delta t \quad (4)$$

3. 計算精度とタイムステップ幅の評価

熱炉及び高速炉にステップ状の反応度を加えた場合の中性子密度の計算値と解析解の比較を表1, 2に示すが、同じ Δt 幅では、手法1, 2は熱炉、高速炉に対して同程度の精度であった。しかし、計算可能なタイムステップ幅は、“手法1”で約 $10^3 \Lambda$ までであるが、“手法2”では約 $10^4 \Lambda$ までと10倍大きく取ることができた。

表1 熱炉 $\rho=0.008$, $\Delta t=0.01$ (s), $\Lambda=2 \times 10^{-5}$ (s)

時間(s)	解析解	手法1	手法2
0.01	6.20285	6.20646	6.20459
0.1	1410.42	1412.10	1407.65
1.0	6.16333×10^{23}	6.17083×10^{23}	6.14980×10^{23}

表2 高速炉 $\rho=0.005$, $\Delta t=0.001$ (s), $\Lambda=4 \times 10^{-7}$ (s)

時間(s)	解析解	手法1	手法2
0.001	40.9571	40.9753	40.9546
0.01	3.08842×10^9	3.09443×10^9	3.08697×10^9
0.1	5.52581×10^{87}	5.53656×10^{87}	5.52321×10^{87}

上記表中の時間は反応度添加後の経過時間であり、中性子密度は初期値との比である。なお、解析の詳細及びランブ状反応度添加に対する検討結果については当日報告する。

参考文献 [1]2016年春の学会 10-05, [2]W.M. Stacey, Nuclear Reactor Physics, [3] Y. A. Chao, Nucl. Sci. Eng., 90, 40-46 (1985)

*Yoshihisa Tahara and Takanori Kameyama, Tokai Univ.