

α固有値問題の随伴関数と Iterated Fission Probability の比較
Adjoint Function Satisfying Alpha Eigenvalue Equation and Iterated Fission Probability

*名内 泰志¹

¹電力中央研究所

振幅が時間に対し指数関数で変化する条件での中性子輸送方程式の随伴式の固有関数 $I(\mathbf{r}, \mathbf{V})$ が、位置 $\mathbf{r}$ 、速度 $\mathbf{V}$ の中性子及びその子孫が十分な時間経過後になす中性子束の振幅に比例することを解析的に示した。遅発中性子が無視できるα固有値問題で、即発臨界条件に対し、 $I(\mathbf{r}, \mathbf{V})$ が計算できることを確認した。

Key Words : Natural Mode Equation, Adjoint Flux, Iterated Fission Probability (IFP), Period, Prompt Critical

1. 緒言 炉心に中性子が投入されると、それ自身及び子孫の形成する中性子束が基本モードに漸近し、振幅が時間の指数関数で変化する。この条件の中性子輸送方程式は Natural mode equation あるいはω固有値問題と呼ばれ、遅発中性子を無視する場合はα固有値問題(あるいはα_p固有値問題)と呼ばれる。これらの固有値である、α、ωといった炉周期の逆数の計算法が注目されているが、その随伴中性子束の物理的意味が特にω固有値問題について明らかになっていない[1][2]。

2. 随伴式 時刻 0 に定義1 位置 $\mathbf{r}$ におかれた速度 $\mathbf{V}$ の中性子とその子孫が時間 t 後になす中性子束の振幅の期待値を $I(\mathbf{r}, \mathbf{V})$ とする。位置 $\mathbf{r}$ と $\mathbf{r}+d\xi \mathbf{V}/|\mathbf{V}|$ 間の飛跡において、 $I(\mathbf{r}, \mathbf{V})$ は、(a)飛跡を透過した中性子と、飛跡上の衝突で生じる(b)核分裂即発中性子、(c)散乱中性子、そこで生じた先行核が崩壊して生じた(d)遅発中性子についての時刻 t での自身および子孫の成す中性子束の振幅の和と等しい。(a)~(d)成分の中性子が時刻 0 より遅れて発生する影響を、 $\exp(-\alpha(\text{時間差}))$ を乗じて補正すると式①となる。

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{V}) = (1 - d\xi \Sigma_t) I(\mathbf{r} + d\xi \mathbf{V}/|\mathbf{V}|, \mathbf{V}) e^{-\omega d\xi/|\mathbf{V}|} + \int d\mathbf{V}' d\xi [(\Sigma_s + \chi_p \nu_p \Sigma_f) I(\mathbf{r} + d\xi \mathbf{V}'/|\mathbf{V}'|, \mathbf{V}') e^{-\omega d\xi/|\mathbf{V}'|} + \Sigma_{ij} \int d\mathbf{V}'' d\xi [\lambda_{ij} \chi_{d,ij} \nu_{d,ij} \Sigma_f \int_0^t \exp(-\lambda_{ij}(\tau - \varepsilon d\xi/|\mathbf{V}|)) I(\mathbf{r} + d\xi \mathbf{V}'/|\mathbf{V}'|, \mathbf{V}') \exp(-\omega \tau)] d\mathbf{V}''] \quad \text{①}$$

全体をテイラー展開の一次の項までとり、左辺を差し引き、全体を $d\xi$ で除し、 $d\xi \rightarrow 0$ をとり、 $\omega > -\min(\lambda_{ij})$ に留意して時間 t を十分大きく採れば式②が得られる。これは Natural mode equation の随伴式である。

$$\omega I/|\mathbf{V}| = \Sigma \nabla I - \Sigma I + \int d\mathbf{V}' [(\Sigma_s + \chi_p \nu_p \Sigma_f) I(\mathbf{r}, \mathbf{V}')] + \Sigma_{ij} \{ (\lambda_{ij}/(\lambda_{ij} + \omega)) \int d\mathbf{V}'' [\lambda_{ij} \chi_{d,ij} \nu_{d,ij} \Sigma_f I(\mathbf{r}, \mathbf{V}'')] \} \quad \text{②}$$

従って、定義 1 の $I(\mathbf{r}, \mathbf{V})$ は Natural mode equation の固有関数に比例する。

ここで実効増倍係数 k_{eff} を計算する固有値問題と比較すると以下の関係になる。

	Natural mode equation (ω固有値問題)	定常方程式 (λモード式)
固有値	1/炉周期:中性子束の時間変化	1/ k_{eff} : 世代間の中性子発生数の比
随伴関数	I : 十分な時間を経過したあとの時刻に自身+子孫のなす中性子束の振幅	I_{FP} : 十分な世代を経過したあとのある世代での中性子束の振幅 ∝ 中性子数

3. 随伴関数の計算 I を評価したい $(\mathbf{r}, \mathbf{V})$ の組に対して、 $(\mathbf{r}, \mathbf{V})$ の中性子を源として中性子輸送計算を時間に順方向に進め、初期中性子+子孫の中性子束の振幅が同じ炉周期で変化ようになる十分な時刻をとって中性子束を評価すれば、 $I(\mathbf{r}, \mathbf{V})$ の相対分布がえられる。即発臨界体系では遅発中性子を無視するα固有値問題の随伴式と、遅発中性子を除いた $1/k_p$ を固有値とする定常方程式の随伴式が一致するので、固有関数となる I_α と遅発中性子を除いた I_{FP} が相似となる。図 1 の MOX-UOX 燃料体系を即発臨界水位とし、燃料ピン中心で発生する 2 MeV の中性子、燃料ピン間の軽水部から発生する 25 meV の中性子をそれぞれ源とし、MCNP-5 の固定源計算と固有値計算で各々 I_α と I_{FP} を得た。前者では $\alpha=0$ となった。この I_α の相対分布と、 I_{FP} は一致した(図 2)。従って、即発臨界条件におけるα固有値問題の随伴中性子束は計算可能である。

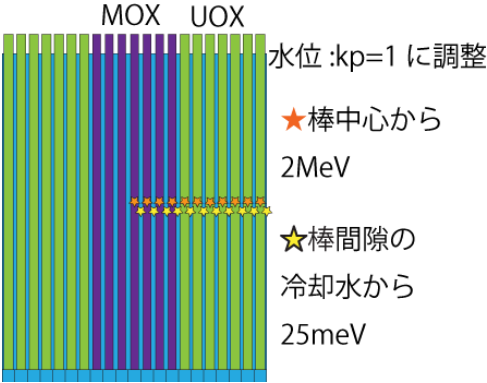


図 1 計算体系と源の位置(☆印)

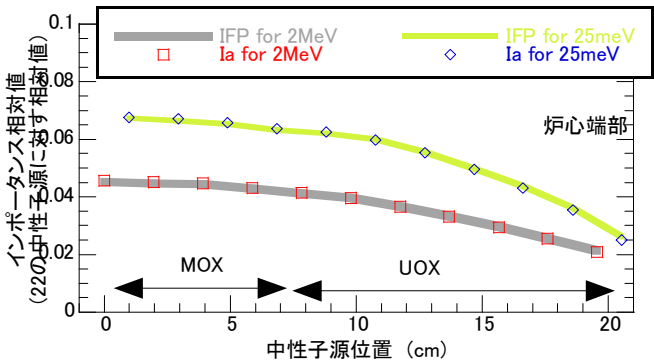


図 2 即発臨界条件で I_α と I_{FP} の比較

参考文献 [1] Terranova & Zoia, ANE 108 (2017) 57-66, [2] Endo & Yamamoto, Proc. PHYSOR2018.

*Yasushi NAUCHI¹

¹Central Research Institute of Electric Power Industry (CRIEPI).