次元削減炉定数調整法

Dimension-reduced Cross-section Adjustment Method

*横山 賢治[1]，山本 章夫[2]，北田 孝典[3]
[1]原子力機構，[2]名古屋大学，[3]大阪大学

次元削減の概念を導入して炉定数調整法を新たに定式化した。次元削減に用いる部分空間の選択によって、従来の炉定数調整法や最小分散不偏推定に基づく炉定数調整法を包括する、より一般化された式が得られた。

キーワード：炉定数調整法、次元削減、部分空間、最小分散不偏推定、ベイズの定理、正規分布、不確かさ

1. 緒言

最小分散不偏推定に基づく炉定数調整法（以下、最小分散炉定数調整法）[1,2]は、調整対象の核データの数n_aに比べて調整に用いる積分実験データの数$n^{(1)}$の方が大きい場合（優決定問題）、ベイズの定理に基づく従来の炉定数調整法（以下、従来炉定数調整法）と等価になるが、$n^{(1)} < \mathrm{n_a}$の場合（劣決定問題）、同じ式にはならない。このため、もし、n_aを$n^{(1)}$に削減できたらどうなるかという観点から、新しい理論式を導出した[3]。

2. 理論

以下のように、$\mathrm{n_a} < \mathrm{n}^{(1)}$の場合について、$n_a \times 1$行列で表される任意の断面積セット$\mathbf{T}$を、$n_a \times n^{(1)}$行列$\mathbf{A}$の転置行列により、$n^{(1)} \times 1$行列の断面積セット$\tilde{\mathbf{T}}$に変換（部分空間に次元削減）することを考える。

$$\tilde{\mathbf{T}} = \mathbf{A}^{\mathbf{T}}\mathbf{T}$$

ここで、$\mathbf{A}$は Karhunen-Loéve 変換や主成分分析として知られる方法に基づき、次元削減後の部分空間を定義する行列$\mathbf{X}$の固有ベクトル（非正方行列の場合は特異ベクトル）を用いて決定される。なお、$\mathbf{X}$ の選択には任意性があるが、ここでは以下の 3 種類を考える。

$$\mathbf{X_1} = \mathbf{M},\ \mathbf{X_2} = \mathbf{G}^{(1)}\mathbf{M},\ \mathbf{X_3} = \mathbf{G}^{(1)}$$

ここで、$\mathbf{M}$ は核データ共分散行列、$\mathbf{G}^{(1)}$は積分実験データの感度係数行列である。更に、次元削減された断面積セットを$\mathbf{T} \approx \mathbf{A}\tilde{\mathbf{T}}$のように、近似的に逆変換が可能であること、行列$\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{A}$ が完全階数であることを仮定し、$\tilde{\mathbf{T}}$の分散が最小となるように調整後の炉定数セット$\mathbf{T_{DRCA}}$を求めると以下の式が得られる。

$$\mathbf{T_{DRCA}} = \mathbf{T_0} + \mathbf{A}\mathbf{A}^{\mathbf{T}}\mathbf{M}\mathbf{G}^{(1)\mathbf{T}}\left(\mathbf{G}^{(1)}\mathbf{M}\mathbf{G}^{(1)\mathbf{T}} + \mathbf{V_e}^{(1)} + \mathbf{V_m}^{(1)}\right)^{-1}\left(\mathbf{R_e}^{(1)} - \mathbf{R_c}^{(1)}(\mathbf{T_0})\right)$$

ここで、$\mathbf{T_0}$は調整前の断面積セット、$\mathbf{R_e}^{(1)}$、$\mathbf{R_c}^{(1)}$、$\mathbf{V_e}^{(1)}$、$\mathbf{V_m}^{(1)}$は、それぞれ、積分実験データの実験値、計算値、実験誤差、解析モデル誤差を表す。上式において、 $\mathbf{X_2}$を採用すると従来炉定数調整法、 $\mathbf{X_3}$を採用すると最小分散炉定数調整法（Rigorous 法）、と同じ式になることを、数式を使って確認した。なお、$\mathrm{n}^{(1)} \geq \mathrm{n_a}$の場合には、$\mathbf{A}\mathbf{A}^{\mathbf{T}} = \mathbf{I}$（ここで、$\mathbf{I}$は単位行列）となり、従来炉定数調整法と同じ式になる。

3. 数値計算による検証

導出した式を確認するため、数値計算による検証を行った。 $\mathbf{X_2}$、 $\mathbf{X_3}$を使った場合、それぞれ、従来炉定数調整法、最小分散炉定数調整法と有効数字の範囲内で全く同じ断面積セットが得られることを確認した。

4. 結論

次元削減の概念の適用により、既存の炉定数調整法を包括する、より一般的な定式化を得ることができた。

参考文献

[1] 2016 年日本原子力学会春の年会 1O01， [2] K. Yokoyama and A. Yamamoto, J. Nucl. Sci. Technol., Vol. 53, No. 10, 1622-1638 (2016), [3] K. Yokoyama, A. Yamamoto and T. Kitada, J. Nucl. Sci. Technol., DOI:10.1080/00223131.2017.1397563 (2017)

*Kenji Yokoyama[1], Akio Yamamoto[2] and Takanori Kitada[3]
[1]Japan Atomic Energy Agency, [2]Nagoya University, [3]Osaka University