モンテカルロ法による α 及び γ 固有値の感度解析手法

Monte Carlo method for sensitivity analysis of alpha- and gamma-eigenvalues

*山本 俊弘 [1]，坂本 浩紀 [2]
[1] 京都大学，[2]RADONet

未臨界体系の α 及び γ 固有値の断面積に対する感度解析をモンテカルロ(MC)法で行う二つの方法を提案する。α 固有値の感度解析は、実効増倍率を固有値とする二段階法と α そのものを固有値とする方法がある。γ 固有値は二段階法のみが可能である。

キーワード：感度解析，モンテカルロ法，α 固有値，γ 固有値

1. 緒言　実効増倍率や反応率の断面積による感度係数の計算手法は、決定論的手法や MC 法はかねてより開発されているところである。α 固有値（時間減衰定数）の感度解析手法は決定論的手法では Endo[1]，Favorite[2] らによって示されている。ここでは、α 固有値に加えて指数実験での γ（空間減衰定数）固有値の感度解析手法を MC 法で行う方法を示す。

2. 方法　α 及び γ を固有値とする中性子輸送方程式はそれぞれ以下のように記述できる。

$$\mathbf{A}\phi_a - \alpha\mathbf{V}^{-1}\phi_a - k^{-1}\mathbf{F_p}\phi_a = 0, \quad \mathbf{A}\phi_e - \gamma\xi\phi_e - k^{-1}\mathbf{F}\phi_e = 0.$$

ここで $\mathbf{A}$ はストリーミング、衝突、散乱を、$\mathbf{V}$ は中性子速度、$\mathbf{F}$ は核分裂を表す演算子であり、中性子束の下付 a, e はそれぞれ α, γ モードの固有関数であることを示している。ξ は中性子の飛行方向の鉛直方向への方向余弦である。k は臨界計算では実効増倍率に相当するが、ここでは式の左辺=0 にするためのパラメータである。これらの固有値方程式の解法は二通りあり、一つは臨界計算と同様に k を固有値として計算し $k = 1$ になるように α, γ を調整する方法（k-α 法、k-γ 法）、もう一つは $k = 1$ とおいた上で、$\mathbf{V}^{-1}\phi_a$ を源として源反復をする方法（時間源法）である。前者では k が固有値であり、後者では α が固有値である。後者の方法は γ に対しては適用できない。後者の時間源法による微分演算子法を用いた MC 法での α 固有値感度係数（$\sigma/\alpha \cdot d\alpha/d\sigma$）の計算法はすでに[3]に示されている。ここでは k-α 法、k-γ 法による二段階法を新たに開発した。

3. 二段階法　二段階法では α の感度係数と γ の感度係数 $\sigma/\gamma \cdot d\gamma/d\sigma$ を次のように二つの感度係数の積で表す。

$$\sigma/\alpha \cdot d\alpha/d\sigma = \sigma/\alpha \cdot dk/d\sigma \cdot (dk/d\alpha)^{-1}, \qquad \sigma/\gamma \cdot d\gamma/d\sigma = \sigma/\gamma \cdot dk/d\sigma \cdot (dk/d\gamma)^{-1}.$$

$dk/d\gamma$ と $dk/d\sigma$ は k-γ 法における γ モードでの固有値計算を行う過程で微分演算子法で求められる。α 固有値の感度係数についても同様である。$dk/d\sigma$ は従来からの方法[4]で計算できる。$dk/d\alpha$ と $dk/d\gamma$ の計算は、粒子が距離 s だけ飛行する度ごとにそれぞれ s/v, $s\xi$ をスコアリングすることで得られる。

4. 計算例　1 辺 24 cm 正方形の断面を持つ軽水減速 UO_2 燃料棒配列の中央部に 1 辺 8 cm の水領域を持つ二次元の未臨界体系を対象に群数 3 群で感度係数の計算を行った。この体系は k_{eff} が 0.8456, α が 3824 s^{-1}, γ が 0.09997 cm^{-1} である。一例として 3 群捕獲断面積に対する α の感度係数を Sn コード DANTSYS、時間源法、二段階法で計算した結果を表 1 に比較する。同じく γ の感度係数では、参照解は 3 群捕獲断面積を微小変化させたときの MC 法で求めた γ 固有値の変化量から近似的に求め(直接法)、それと二段階法との比較を表 2 に示す。二段階法による感度係数は他の断面積についても参照解と良い一致を示した。

表 1　α の 3 群捕獲断面積の感度係数

	$\sigma/\alpha \cdot d\alpha/d\sigma$
DANTSYS	1.5962
時間源法	1.5948 ± 0.0018
二段階法	1.5946 ± 0.0004

表 2　γ の 3 群捕獲断面積の感度係数

	$\sigma/\gamma \cdot d\gamma/d\sigma$
直接法	0.7618 ± 0.0035
二段階法	0.7688 ± 0.0003

参考文献 [1] T. Endo, A. Yamamoto, J. Nucl. Sci. Technol. 55, 1245 (2018). [2] J. Favorite, Nucl. Sci. Eng. 192, 80 (2018). [3] T. Yamamoto, H. Sakamoto, Ann. Nucl. Energy 127, 178 (2019). [4]Y. Nagaya, T. Mori, J.Nucl.Sci.Technol. 42, 428 (2005).

*Toshihiro Yamamoto[1], Hiroki Sakamoto[2]
[1]Kyoto Univ., [2]RADONet.