独立した核データ群に対する個別の断面積調整

Individual cross-section adjustment for individual nuclear data set

*竹田　敏[1]，北田　孝典[1]
[1]大阪大学

従来の断面積調整法を適用すると、物理的には相関のないパラメータ間の共分散行列も調整される傾向がある。そこで、本研究では、独立した核データ群それぞれについてベイズ理論による調整を施すことで、物理的には相関のないパラメータ間の共分散行列についての調整を回避する方法を検討した。

キーワード：断面積調整法，ベイズ推定

1. 手法

従来の断面積調整法と同様に、実験値、計算値、断面積は正規分布に従いばらつくという仮定を用いて式を導出する。また、本検討では実験誤差、計算誤差、断面積起因の誤差はそれぞれ独立とする。断面積を、それぞれが独立となる核データ群に分けて個別に調整を行うことを考える。核データ群Tを互いが独立となるN個の核データ群に分ける場合、核データ群$T_1,\ T_2,..,T_N$に分割し、T_iと$T_j(j \neq i)$が独立になっていることを前提として、T_iについて調整を施す。まず、ベイズの理論により、

$$P(T_i|R_e - R_c[T_0]) = \frac{P(R_e - R_c[T_0]|T_i)P(T_i)}{P(R_e - R_c[T_0])} \tag{1}$$

が得られる。ここで、R_eは実験値、T_0は核データ群Tの事前分布における期待値、$R_c[T_0]$はT_0を用いて得られる計算値である。核データ群T_iは正規分布に従うと仮定すると、T_iの確率分布は次式で表現できる。

$$P(T_i) = const.exp\left(-\frac{1}{2}\left(T_i - T_{i,0}\right)^t M_i^{-1}\left(T_i - T_{i,0}\right)\right) \tag{2}$$

$T_{i,0}$は核データ群T_iの事前分布における期待値である。T_iが与えられたとき、$(R_e - R_c[T_0])$の期待値は$G_i\left(T_i - T_{i,0}\right)$、$(R_e - R_c[T_0])$の分散は$\left(V_e + V_m + \sum_{j,j\neq i}^{N} G_j M_j G_j^t\right)$となるため、$P(R_e - R_c[T_0]|T_i)$は次式で表現できる。

$$P(R_e - R_c[T_0]|T_i)$$
$$= const.exp\left(-\frac{1}{2}\left(R_e - R_c[T_0] - G_i\left(T_i - T_{i,0}\right)\right)^t \left(V_e + V_m + \sum_{j,j\neq i}^{N} G_j M_j G_j^t\right)^{-1} \times \left(R_e - R_c[T_0] - G_i\left(T_i - T_{i,0}\right)\right)\right) \tag{3}$$

ここで、G_iはT_iの感度係数、V_eとV_mはそれぞれ実験値と計算値の分散である。式(2)、(3)を式(1)に代入し、整理すると、事後分布における核データ群T_iの期待値および共分散行列はそれぞれ

$$T_{i,0}' = T_{i,0} + M_i' G_i^t \left(V_e + V_m + \sum_{j,j\neq i}^{N} G_j M_j G_j^t\right)^{-1} (R_e - R_c[T_0]) \tag{4}$$

$$M_i' = M_i - M_i G_i^t (V_e + V_m + GMG^t)^{-1} G_i M_i \tag{5}$$

となる。ここで、GMG^tは全核データに起因する不確かさである。本発表において、式(4)で得られる核データは従来の断面積調整法で得られる核データと同じになること、式(5)で得られる共分散行列は従来の断面積調整法で得られる共分散行列におけるT_iに対応する区分行列と同じとなることを説明する。一方で、本手法で調整を施す場合は、特定の断面積のセットT_iについてのみ調整を施すことが可能であり、T_iと$T_j(j \neq i)$の相関に対しては調整されない。

2. まとめ

本検討では、断面積セットを互いが独立となる複数の断面積セットに分割し、分割した断面積セットそれぞれについてベイズ理論に基づき適用する断面積調整法を導出した

*Satoshi Takeda[1], Takanori Kitada[1], [1]Osaka Univ.