

原子核の崩壊による原子数密度変動に対する低次元モデルの構築

Low-order model for time behavior of atomic number densities with radioactive decay

*吉藤 悠¹, 千葉 豪¹, 田渕 将人², 佐藤 紘太郎²

¹北大, ²原子力エンジ

瞬時核分裂後の崩壊過程のみを考慮した原子数密度変動を対象に、精度を低下させることなく、高速に計算が可能な低次元モデルを検討し、参照解との差異を調べた。

キーワード : Bateman 方程式、モデル低次元化、特異値分解

1. 背景・目的 放射性物質を含む媒質や中性子が照射された媒質では核種の変換が起こり、媒質中の核種の原子数密度は時間とともに変動する。この変動を正確かつ効率的に予測することは原子力工学において重要である。核種崩壊・生成を記述する Bateman 方程式を数値的に解くとき、核種数に応じた大きさの行列を扱う必要がある。本研究では、Bateman 方程式の解を、精度を低下させることなく高速に得ることを目的とし、低次元モデルを開発する。

2. 検討の方法 U-235 の瞬間的な核分裂反応から発生する核分裂生成物の崩壊過程のみを考慮した原子数密度変動を対象とした。まず、Bateman 方程式を直接解き、全ての時間ステップにおける原子数密度ベクトル群からなる行列 $\mathbf{N}$ を得た。次に、得られた $\mathbf{N}$ を特異値分解し、正規直交基底ベクトル群からなる行列 $\mathbf{U}$ を得た。その後、 $\mathbf{U}^T$ と $\mathbf{N}$ を積算し、各基底に対応する展開係数ベクトル群からなる行列 $\mathbf{C}$ を取得した。本来は、 $\mathbf{U}$ を用いて構築される低次元モデルを直接解くことで $\mathbf{C}$ を得るが、今回は低次元モデルを厳密解相当の精度で直接解くことができると仮定し、どれだけの低次元化が可能かを検討した。ここで、 $\mathbf{U}$ の正規直交基底数を減らしたものと $\mathbf{C}$ の積を計算することで、低次元モデルによる原子数密度行列の近似解 $\mathbf{N}'$ が得られる。この近似解 $\mathbf{N}'$ と参照解 $\mathbf{N}$ との差異を絶対 RMS 誤差と最大絶対誤差で定量化し、その結果からどれだけの低次元化が可能かを検討した。今回考慮した核種数は 1401 である。

3. 結果・考察 低次元モデルを厳密解相当の精度で直接解くことができるとした場合の、それぞれの基底数を減らしたときの近似解と参照解の差異を調べた。仮に最大絶対誤差 10^{-12} ほどの精度で原子数密度を計算したい場合、基底数は 110 個ほどで十分という結果となった。

上記の検討に加えて、重要な基底に対する物理的な考察も行った。図 1 に特異値の大きい正規直交基底 6 つについて、核図表形式で表したものを示す。縦軸が陽子数、横軸が中性子数を示し、対応する色が成分の大きさを表している。その結果、最も重要な基底では安定核が、次に重要な基底では崩壊過程の前半に発生する核種が特に強く関与していることがわかった。また、それ以降の基底では成分が波状に分布する傾向が見られた。

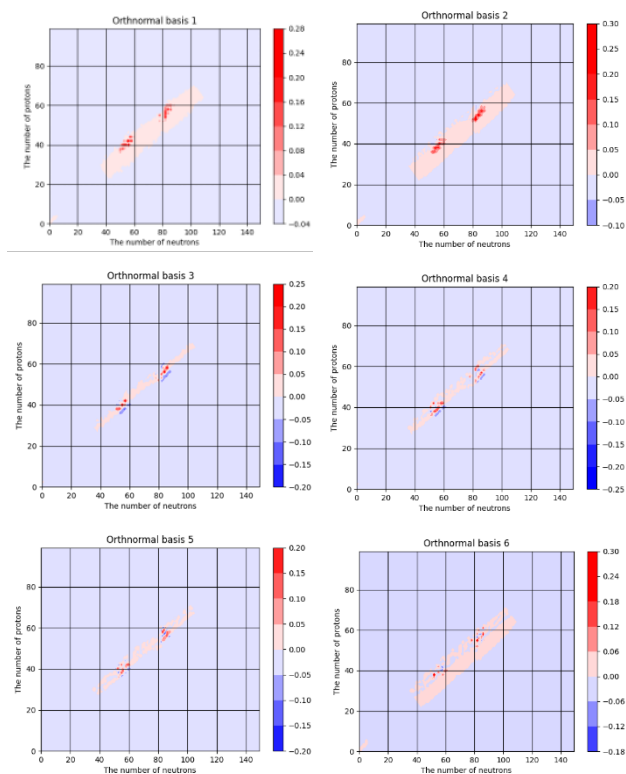


図 1 : 特異値の大きい正規直交基底

* Yu Yoshifuji¹, Go Chiba¹, Masato Tabuchi², Kotaro Sato²

¹ Hokkaido University, ² Nuclear Engineering, Ltd