

断面積調整法の適用において 断面積及び共分散を全て調整する必要性に関する議論

Discussion on necessity of adjustment for all cross-sections and covariances in cross-section
adjustment method

*竹田 敏¹, 北田 孝典¹

¹大阪大学

断面積調整法の適用において、断面積及び共分散を全て調整する必要性に関する議論をまとめる。

キーワード：断面積調整法，ベイズ推定

1. はじめに

断面積調整法は基本的に断面積及び共分散を全て調整する手法となる。一方で、著者らの検討により、一部の断面積とその共分散のみを調整しても不整合は生じないことを明らかにしている。本発表では、著者らのこれまでの検討をふまえて、断面積及び共分散を全て調整する必要性について議論する。

2. 議論

断面積調整法を用いる場合、核データ群 T を調整した結果 T' は以下のとおりとなる。

$$T' = T_0 + MG^t(V_e + V_m + GMG^t)^{-1}(R_e - R_c[T_0]). \quad (1)$$

ここで、 M は核データの共分散行列、 G は感度係数、 V_e と V_m はそれぞれ実験値と計算値の分散、 T_0 は核データ群 T の事前分布における期待値、 R_e と R_c はそれぞれ実験値と計算値である。式(1)で得られる結果は、ベイズの理論により推定される結果を示しており、統計学の性質として常に妥当な値になるわけではないことに注意したい。特に、増倍率等の積分値から詳細な核データを推定することは不良設定問題としての性質が強くなる。よって、式(1)より核データとしての断面積を推定する場合は、推定した断面積の妥当性を個別に確認することが望ましい。ここで、推定した核データを個別に調整することを考える場合、以下の懸念が生じることが予想される。

- ① 式(1)は全ての核データを調整する前提で導出されており、個別に調整することを想定していない。
- ② 感度のある全パラメータの結果（実験値と計算値）を踏まえて事後分布を求めていることから、全パラメータの調整を行う必要があるのではないか。

まず、①に関して、著者らは従来の断面積調整法と同じ仮定を用いて、特定の核データ群 T_{i_0} をベイズ理論に基づき推定する式を導出した。特定の核データ群の推定結果として次式を得た[1]。

$$T'_i = T_{i_0} + (M_{ii}G_i^T + M_{ij}G_j^T)(V_e + V_m + GMG^T)^{-1}(r_e - r_c[t_0]). \quad (2)$$

ここで、添え字 j は調整対象となる核データ群を除いた核データ群を示す。式(1)における核データ群 T_i に対応する要素が式(2)となる。このため、従来の断面積調整法(式(1))で特定の断面積を調整しても、ベイズ理論としての不整合は生じないことが確認できる。

式(2)が得られたことから、②に関して、ベイズ理論としては全パラメータの調整を行う必要がないことが確認できる。また、従来の断面積調整法においても、感度のある全パラメータを調整していないことに注意したい。断面積調整法では、実験値と計算値を用いているため、実験誤差と計算誤差についても感度がある。このため、従来の断面積調整法は、感度のあるパラメータのうち、核データのみを対象としてベイズ推定を行う手法と理解できる。なお、核データ、実験誤差、計算誤差のすべてをベイズ推定することも可能であり、この場合は、核データ、実験誤差、計算誤差間の共分散も調整される。よって、従来の断面積調整法は、全パラメータに対して推定できる共分散のうち、一部の共分散のみを調整する手法という位置づけにもなる。

[1] Satoshi Takeda, et. al., Cross-section adjustment method based on Bayesian theory for specific cross-section set, JNST, (2021).

*Satoshi Takeda¹, Takanori Kitada¹, ¹Osaka Univ.