

離散座標法による輻射輸送方程式の数値計算における 散乱源の取扱い手法に関する研究

Treatment of scattering sources in numerical calculations of the radiative transfer equation
with discrete ordinates methods

*清水 亮輔¹, 千葉 豪¹

¹北海道大学

輻射輸送方程式の数値解を離散座標法により求めた。散乱の前方性が強い場合でも、散乱源を直接取り扱うより、ルジャンドル展開するほうが少ない角度分割数において精度が良いことを明らかにした。

キーワード：離散座標法、輻射輸送方程式、散乱源

1. 背景 離散座標法による輻射輸送方程式の数値計算では、各分野により散乱源の取り扱い方法が異なる。原子炉物理分野では、散乱源および角度束をルジャンドル多項式(多次元の場合は球面調和関数)に展開する方法を用いる。一方、光イメージングの分野では、散乱反応における角度束の入射方向と散乱方向の関係を直接的に取り扱う。これまでに、これらについての包括的な比較は行われてこなかった。

2. 数値実験 中心にのみ外部源が存在し、散乱の前方性が強い1次元均質平板体系中性子輸送問題を以下のように設定した。散乱断面積 $\Sigma_s(\mu)$ は、式(1)で記述される Henyey-Greenstein 位相関数(HG 関数)を用い、散乱の非等方性を表す因子 g を0.9、 $\Sigma_{s,0}$ を0.05/cmとした。

$$\Sigma_s(\mu) = \Sigma_{s,0} \cdot \frac{1}{2} \frac{1-g^2}{(1+g^2-2g\mu)^{3/2}} \quad (1)$$

また、断面積の数値自体は小林ベンチマーク[1]を参考に設定した。この中性子輸送問題を離散座標法に基づき2通りの方法で解いた。1つ目は、散乱源および角度中性子束をルジャンドル展開する方法である。角度分割数が N のとき、ルジャンドル展開次数は $N-1$ とした。2つ目は、散乱源を直接用いる方法である。直接的な方法では散乱角平均余弦の0次のルジャンドル展開係数が厳密値である $\Sigma_{s,0}$ を再現するように、散乱確率を規格化した[2]。また、どちらの方法もガウス・ルジャンドル積分の分点と重みを用いた。さらに、100cmあたりメッシュ数 M を4000個とすることで、空間の離散化誤差を無視できる程度にした。

3. 結果・考察 スカラー中性子束に着目し比較を行なった。参照解 y_i は、50次のルジャンドル展開で角度分割数を500としたときの、空間メッシュ i におけるスカラー中性子束とした。角度分割数 N を2から200まで取ったときの平均絶対誤差率(MAPE) [%]を図1に示す。空間メッシュ i における数値解を F_i としたとき、MAPEは式(2)のように定義される。

$$MAPE = \frac{100}{M} \sum_{i=1}^M \left| \frac{F_i - y_i}{y_i} \right| \quad (2)$$

角度分割数が40より小さいとき、散乱源を直接的に取り扱うより、ルジャンドル展開するほうが精度のよい結果が得られた。1次元の輸送問題においては、散乱源に対して直接的な取り扱いをしている分野にも、原子炉物理分野の取り扱い方法を適用できることが示唆された。今後は、多次元でも同様の比較を行う予定である。

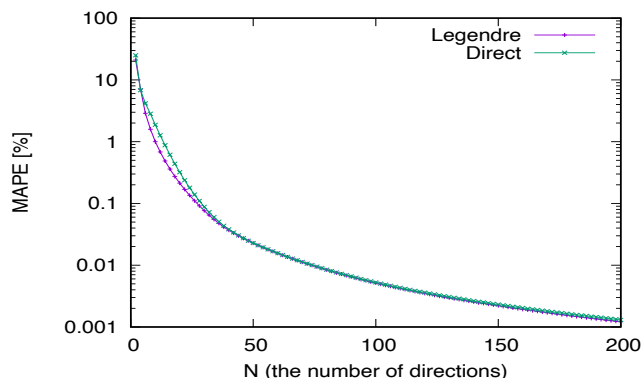


図1: 散乱源の取り扱いによる精度の違い

参考文献 [1] K. Kobayashi, et al., Prog. Nucl. Energy, 39[2], p. 119 (2001). [2] L. Liu, L. Ruan, H. Tan, Int. J. Heat Mass Transf., 45(15), p. 3259 (2002).

*Ryosuke Shimizu¹, Go Chiba¹

¹Hokkaido Univ.