原子核の崩壊による原子数密度変動に対する低次元モデルの構築
(4) 種々のモード間の比較

Low-order model for time behavior of atomic number densities with radioactive decay

(4) Comparison between different modes

*吉藤 悠 [1], 千葉 豪 [1], 辻田 浩介 [2], 三輪 周平 [2]

[1] 北大, [2] 原子力エンジ

瞬時核分裂後の崩壊過程のみを考慮した原子数密度変動を対象に、snapshot POD と Galerkin projection に基づく手法と、DMD に基づく手法のそれぞれで数密度計算を行い、近似解の誤差の比較を行った。さらに、POD モード、DMD モード、α モードの形状の比較を行った。

キーワード： Bateman 方程式、DMD、α モード、POD モード

1. 目的・概要　Bateman 方程式の解を、精度を低下させることなく高速に得ることを目的とした、低次元なモデル（縮約モデル）の構築の一環として、snapshot POD + Galerkin projection（POD-GP）の検討を行った。また、この手法では計算が安定しない結果となったため、燃焼計算への適用事例のある DMD の検討を行い、POD-GP と誤差の比較を行った。加えて、POD モード、DMD モード、α モードの形状の比較を行った。なお、U-235 の瞬間的な核分裂反応から発生する核分裂生成物の中から選定した 15 核種の崩壊過程のみを考慮した原子数密度変動を対象とした。また、時間ステップは $t_0,\ t_1, \cdots, t_{L-1}, t_L\ \ (L = 100)$、時間スケールは 100 秒、ステップ幅は 1 秒で一定とした。

2. POD-GP と DMD の比較　まず元の方程式を解くことで、考慮した全ての時間ステップでの対象核種の数密度ベクトルを取得し、それらを列ベクトルとして組み合わせて数密度行列 $\boldsymbol{N}$ を作成した。POD-GP では、$\boldsymbol{N}$ を特異値分解することで、数密度ベクトル群が張る空間の POD モードを取得した。そして、元の方程式を POD モードが張る部分空間に射影して縮約モデルを作成し、それを解くことで数密度行列の近似解を取得した。DMD では、t_0からt_{L-1}までの数密度ベクトル群と、t_1からt_Lまでの数密度ベクトル群を作成し、それらを用いて行列指数を推定した。その後、推定された行列指数を固有値分解し、DMD モードを取得した。そして、低次で打ち切った DMD モード群を用いて計算を行い、数密度行列の近似解を取得した。POD-GP と DMD のそれぞれについて、各モード数で得られた近似解の絶対 RMS 誤差を**図 1** に示す。今回のような短い時間スケールにおいては、POD-GP の方が精度が良いことが分かった。また、DMD ではモード数 8 で急激に誤差が減少したが、それ以外のモード数では、モード数が増えても誤差は一定であった。

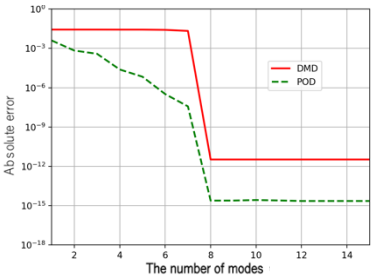

図 1：モード数と絶対 RMS 誤差の関係

3. 各モードの形状の比較　最初に燃焼行列を固有値分解することで α モードを取得した。その後、POD モード、DMD モード、α モードの形状を可視化し、比較を行った。その結果、α モードは独立した燃焼チェーンに対して順に寄与を与えていることが分かった。また、DMD モードは基本的には崩壊定数が大きい核種から順に寄与していき、その後はさまざまな核種に対して寄与を与えていることが分かった。さらに、POD モードは数学的な操作によって作られた基底により、さまざまな核種に寄与を与えていることが分かった。モード図の例として、DMD モード図を**図 2** に示す。

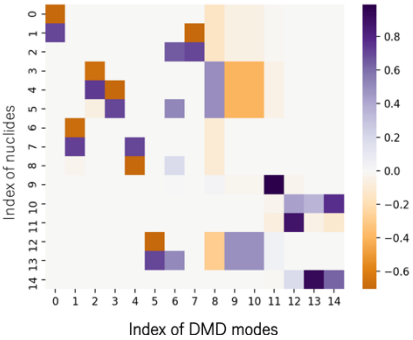

図 2：DMD モード図

* Yu Yoshifuji [1], Go Chiba [1], Kosuke Tsujita[2], Shuhei Miwa [2]

[1] Hokkaido University, [2] NEL