

離散座標法による輻射輸送方程式の数値計算における 散乱源の取扱い手法に関する研究 (3) 直接角度表示法とルジャンドル展開法の包括的な比較

Treatment of scattering sources in numerical calculations of the radiative transfer equation
with discrete ordinates methods

(3) Comprehensive comparison between DAR method and Legendre expansion method

*清水 亮輔¹, 千葉 豪¹

¹北海道大学

輻射輸送方程式の数値解を離散座標法により求めた。離散座標法における散乱源の取り扱い手法である DAR 法とルジャンドル展開法の包括的な比較を行った。

キーワード：離散座標法、輻射輸送方程式、散乱源、輸送近似

1. 背景 輻射輸送方程式 (RTE) の数値解法の 1 つである離散座標法 (Sn 法) における散乱源の計算方法は分野により異なる。光イメージング分野では直接角度表示法[1] (DAR 法) が、原子炉工学分野ではルジャンドル展開法が一般に使用されている。これまでに、これらについての包括的な比較は行われてこなかった[2]。

2. 数値実験 散乱の非等方性が強い様々な 1 次元均質平板体系の中性子輸送問題を設定した。散乱断面積 $\Sigma_s(\mu)$ として Henyey-Greenstein 位相関数 (HG 関数) を用いた。HG 関数は、異方性因子 g が唯一のパラメータとなる数理モデルであり、光イメージング分野では、一般的に g が 0.8 から 1.0 の間の値が使用される。これらの問題を、散乱反応における角度束の入射方向と散乱方向の関係を直接的に取り扱う DAR 法と、散乱断面積および角度束をルジャンドル多項式や球面調和関数に展開するルジャンドル展開法で解いた。前報[2]に加えて、本研究では以下の方法も含めた包括的な比較を行なった。DAR 法では、従来の散乱断面積の計算において角度方向を離散的に取り扱う方法に加えて、区間内で平均化する方法[3]を導入した。ルジャンドル展開法では、delta-Eddington 近似 (dE 近似) と Cesaro transport correction を導入した。さらに、Sn 法における求積セットとして、対称な Gauss-Legendre 求積セット (GL 分点) と Sanchez が用いた非対称な求積セット[3] (Sanchez 分点) を使用した。また、DAR 法では Liu の再規格化手法[4]を導入した。

3. 結果・考察 図 1 に、外部源が中心にのみ存在し、

$g = 0.95$, $\Sigma_{s,0} = 0.05 / \text{cm}$, $\Sigma_a = 0.05 / \text{cm}$ という条件における、散乱源の取り扱いごとの、参照解との中性子束の平均二乗パーセント誤差の平方根 (RMSPE) を示す。参照解は、角度分割数 500、100 次のルジャンドル展開次数のときに、ルジャンドル展開法により得られた結果とした。GL 分点では、ルジャンドル展開法の優位性が見られた[2]が、Sanchez 分点では、dE 近似を導入しないと計算精度が DAR 法より劣っていた。また、dE 近似を導入することで、Liu の再規格化手法

や区間平均を導入した DAR 法と同程度の計算精度が得られた。DAR 法では、Liu の方法以外にも種々の再規格化手法が開発されている。Liu の方法では 0 次成分のみ再規格化しているが、高次成分の再規格化によりさらなる計算精度の向上が見込まれる。我々は、GLLS を用いた任意の次数に対応可能な再規格化手法を開発しており、本手法も含めた更なる比較を行う予定である。

参考文献 [1] Yamano, N., et al., J. Nucl. Sci. Technol., 16 (1979), 919. [2] 清水、千葉、2021 年秋の年会、2105. [3] R. Sanchez, et al., Nucl. Sci. Eng., 147 (2004), 249. [4] Liu, L., et al., J. Heat Mass Transf., 45 (2002), 3259.

*Ryosuke Shimizu¹, Go Chiba¹

¹Hokkaido Univ.

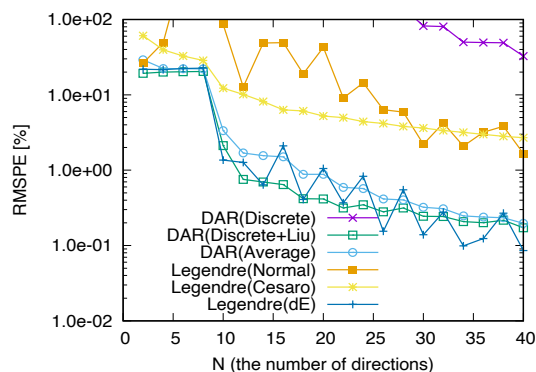


図 1：スカラー中性子束の RMSPE (Sanchez 分点)