

# Wilks の手法に基づいた POD 基底による展開精度に関する検討

A Study on the accuracy of POD basis expansion based on the Wilks' method

\*寺谷 俊哉<sup>1</sup>, 伊藤 雅人<sup>1</sup>, 遠藤 知弘<sup>1</sup>, 山本 章夫<sup>1</sup>

名古屋大学

POD 基底展開精度検証法としてノンパラメトリックな Wilks の手法を用いることで、POD 基底による展開精度を統計的に推定し、その妥当性について検証した。

キーワード：固有直交分解, POD 基底, 中性子束, ノンパラメトリック法, Wilks の手法

**1. 緒言** 固有直交分解(Proper Orthogonal Decomposition, POD)では、複数の中性子束からなる教師データの特異値分解して得られた POD 基底により中性子束を効率よく展開できる。POD を用いた炉心解析の計算精度を保証するためには、少数の中性子束の展開精度から、対象とするすべての中性子束展開精度の上限値を推定する必要がある。そこで、本研究では POD 基底による中性子束展開精度の推定方法として、統計的手法の一つである Wilks の手法を適用し、その妥当性を調査した。

**2. Wilks の手法** Wilks の手法は、ノンパラメトリックな母集団推定法の一つである。 $N$ 個の要素を持つデータの最大値を $D_{\max}$ として、母集団推定の精度を以下の2つのパラメータで指定する：①母集団全体について $D_{\max}$ 以下の領域が占める割合 $p$ , ② ①の割合が $p$ 以上である確率 $q$ (信頼度)。3つの量 $N, p, q$ の間に成り立つ関係(1)式に $p, q$ を代入することで、指定した精度での母集団推定に必要な最小なデータ数 $N$ が得られる。

$$N \geq \ln(1 - q) / \ln p \cdots (1)$$

**3. 計算手順** POD 基底による中性子束の展開精度を多数回調べ、信頼度 $q$ の計算結果が不確かさの範囲で指定値を含むか調査した。 $p = q = 0.95$ と指定した場合、(1)式を満たす最小の整数は $N = 59$ と求められた。計算体系は長さ 12 cm の一次元単一集合模擬体系、1 メッシュ幅は 0.05 cm とした。まず、割合 $p$ について(a)から(e)の手順で調査した。(a) 外部境界面におけるアルベド値(部分中性子流の反射率)をランダムに変化させ、拡散計算を 8 回実施した。得られた 8 通りの中性子束を並べ、教師データを作成した。(b) 教師データから POD 基底を計算し、 $N = 59$ 通りの中性子束を展開し、相対二乗平均平方根誤差(RMSE)を計算した。(c) (b)で得られた 59 通り RMSE の最大値(RMSEmax)を求めた。(d) POD 基底を用いて、1000 通りの中性子束を展開し、RMSE を計算した。(e) (d)で得られた 1000 通りのRMSEを母集団とみなし、RMSEmax を超えないデータ点の割合 $p$ について、 $p \geq 0.95$ が成り立つかを調べた。最後に、信頼度 $q$ について調査した。具体的には、(a)から(e)の反復計算を 1000 回実施し、(e)が成り立つ回数 $Q$ を求めた後、 $q = Q/1000$ により信頼度を推定した。

**4. 結論** (a)–(e)の1反復で得られた1000通りのRMSEの一例を図1に示す。青丸と赤×はそれぞれRMSEmax以下のデータ点及びRMSEmaxを超えたデータ点を表す記号である。また、黒い点線は RMSEmax の値を示す。図1においてRMSEmaxを超えたデータ点の赤×が49個であり、 $p \geq 0.95$ が成り立つ。さらに、(a)–(e)の1000反復で得られた信頼度 $q$ は $0.960 \pm 0.007$ であり、不確かさ $2\sigma$ の範囲で指定値 0.95 を含むことが分かった。以上の検討を通じて、POD 基底による中性子束の展開精度推定方法として、Wilks の手法が有効であることが確認できた。

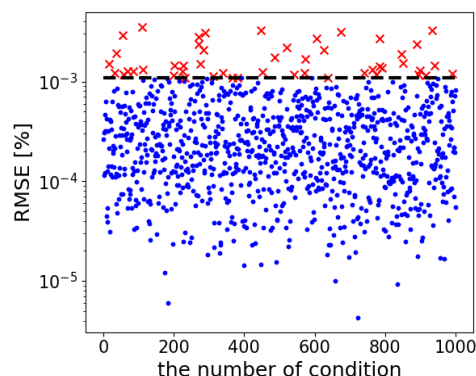


図 11 反復における各条件の RMSE 分布

\*Shunya Teratani<sup>1</sup>, Masato Ito<sup>1</sup>, and Tomohiro Endo<sup>1</sup> and Akio Yamamoto<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Nagoya Univ.