極値統計によるモンテカルロ乱雑化臨界計算における有界増幅の評価

Extreme value analysis of bounded amplification in random media criticality calculation

*植木 太郎[1]

[1]日本原子力研究開発機構

デブリ臨界管理手法整備において開発中のモンテカルロ法ソルバーSolomonには、乱雑化レプリカを生成し、デルタ追跡法により臨界性揺らぎを評価する機能が備わっている。本予稿では、一般化極値統計に基づき、乱雑化の有界増幅が、臨界性揺らぎの上限推定に必要なレプリカ数を大幅に低減することを報告する。

キーワード：有界増幅、乱雑化、極値統計、デブリ臨界、モンテカルロ法、Solomon

1. 緒言　不完全確率的乱雑化ワイエルシュトラス関数（IRWF: incomplete randomized Weierstrass function）に基づく乱雑化（IRWF−乱雑化）が、3 燃焼度点 15.2GWd/t、24.2GWd/t、37.5Gwd/t で代表される水含有燃料デブリの燃料混合部分に適用され、臨界性揺らぎが評価されている[1]。そこで、生物系のモデリングで使用される有界増幅の手法[2]を IRWF-乱雑化に適用し、臨界性揺らぎの上限を効率的に推定することを試みた。有界増幅関数として$T(f(\mathbf{r})) = 2cf(\mathbf{r})/(1+c^2f(r)^2)$（c は正の定数）を選び、Solomon に実装し、臨界計算を実施した。図 1 に、有界増幅の典型例を示す。また、有界増幅を未適用の IRWF-乱雑化の Solomon 臨界計算から得られる実効増倍率(k_{eff})に対して、一般化極値統計解析を実施し、有界増幅の性能を評価した。

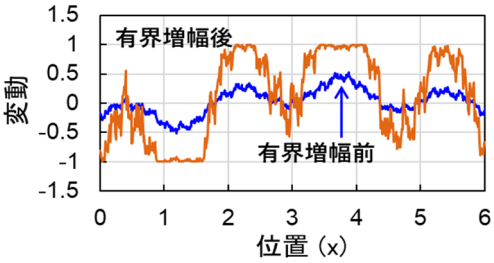

図 1　一次元 IRWF の有界増幅例

2. 一般化極値統計の適用　$X_1,X_2,\ldots,X_n$を、独立なIRWF-乱雑化（レプリカ）のSolomonによる臨界計算から得られるk_{eff}とする。極値統計においては、$Z_n \equiv \max\{X_1,X_2,\ldots,X_n\}$を分析の対象とする。スケールと位置に関する規格化定数a_nとb_nを適切に選ぶと、Z_nの累積分布関数は、$n\to\infty$で、極値指数ξの一般化極値分布G_ξに収束する[2]。$P((Z_n-b_n)/a_n \le z) \to G_\xi(z) = \exp[-(1+\xi z)_+^{-1/\xi}]$（添え字の + は丸括弧内が負の時に0となることを示す。）$\xi>0$はFréchet分布，$\xi=0$はGumbel分布，$\xi<0$はWeibull分布に相当する。統計ソフトRの極値統計パッケージismev[3]を使用して，最尤法に基づき、k_{eff}の最大値の極値指数ξを評価したところ、$n=6000$に対して、ブロックサイズmのn/m個の Z_mから$\xi\approx-0.2$を得た。したがって、Weibull分布の上限値から$X_1,X_2,\ldots,X_n$の確率分布関数の上限値が求まる。図2には、有界増幅が適用されたIRWF-乱雑化の100レプリカから得られるk_{eff}の最上位値が、有界増幅なしのIRWF-乱雑化6000レプリカからのk_{eff}の一般化極値統計解析より得られる上限値を、上まわっていることがわかる。この結果は、上限値推定の観点において、60倍の計算効率化が達成されていることを意味する。なお、上限値の誤差棒評価のために、$X_1,X_2,\ldots,X_n$にランダム置換を適用して一般化極値統計解析を実施した。

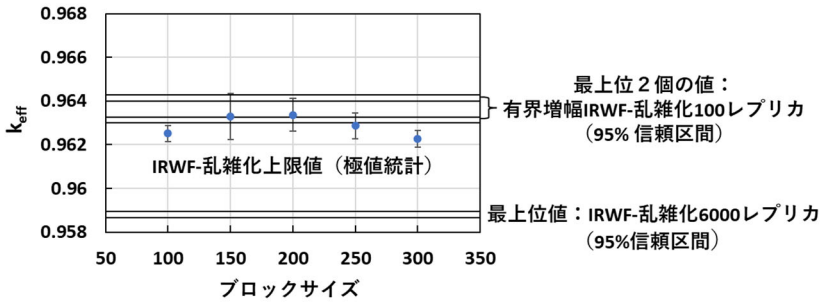

図 2　実効増倍率最大値と極値統計による上限値の比較

参考文献　[1] T. Ueki, Progress in Nuclear Energy, 144 February 2022, 104099. [2] X. Han, P.E. Kloeden, Random Ordinary Differential Equations and Their Numerical Solution, Springer, 2017. [3] 高橋倫也・志村隆影 極値統計学 近代科学社 2016.

本報の研究は、原子力規制庁の令和 4 年度東京電力福島第一原子力発電所燃料デブリの臨界評価手法の整備事業として行われた。

*Taro Ueki

[1]Japan Atomic Energy Agency, Nuclear Safety Research Center, Criticality Safety Research Group