

施設利用者数に依存する混雑コストを考慮したフロー捕捉型配置問題とその解法

The flow interception location model with congestion cost based on the number of facility users
and its heuristic solution method

丹野 一輝*・田中 健一**

Kazuki Tanno*・Ken-ichi Tanaka**

This paper focuses on the behavior of people on a network who stop by at a facility on the way to destination, and proposes the problem of locating facilities so that the total number of facility users is maximized. We focus on the fact that the cost of using a facility increases as the number of users at the facility increases. We assume that travelers either use a facility which minimizes the sum of travel time to and from the facility and cost of using a facility, or travelers do not use any facility when the cost of using a facility is more than the prespecified level. The proposed model is formulated as a bilevel optimization problem that includes user-equilibrium sub-problems. We devise a heuristic solution method for finding the local optimal facility location.

Keywords: フロー捕捉型配置モデル, 施設の混雑コスト, 二段階最適化問題

flow interception location model, congestion cost of a facility, bilevel optimization problem

1 はじめに

本稿では、ネットワークにおいて移動の起点と終点が指定されたフロー需要が途中経路で施設に立ち寄る行動に着目し、集客数が最大となるように施設を配置する問題を提案する。施設における利用者数が増加することによる混雑コストを考慮する点がモデルの大きな特徴である。提案モデルでは、ネットワーク上のフロー需要が、

(1) 施設を利用する経路の移動時間と施設の利用時間の和(総所要時間)が最小となる施設を利用する

(2) すべての施設において、総所要時間が一定以上となる場合、どの施設も利用しないと仮定する。その上で、総所要時間をコストとみなすことで、各施設の利用者数を求める問題を利用者均衡配分⁷⁾と同一の構造の問題として記述する。

施設配置問題は、都市施設の望ましい配置を求める最適化問題として広く知られており、様々なモデルが提案されてきた⁶⁾。施設配置問題で扱われる需要は、施設を直接の目的地とする点的需要と移動途中で施設に立ち寄るようなフロー需要に大別することができる。点的需要を対象とした問題には、 p -メディアン問題や p -センター問題などを始めとして、いくつもの重要なモデルが存在しており、広く知られている。一方、フロー需要を対象とした問題は、1990年にHodgson¹⁰⁾がフロー捕捉型配置問題(Flow Interception Location Model, 以降FILMと呼ぶ)を提案して以降、盛んに研究がなされており、近年も様々な拡張や応用が提案されている。

FILMは、様々なフロー(ネットワーク上において起・終点とその間の経路が指定された移動)とその流量を所与とし、経路上に1つ以上の施設が存在するフロー(捕捉フロー)の合計流量を最大化するように、複数の施設を配置する問題である。

FILMの枠組みで扱われてきた施設には、ATMやコン

ビニエンスストアなどの施設に加え、代替燃料自動車の補給施設¹⁴⁾や車両検問所¹¹⁾、パークアイランド方式の駐車場¹²⁾などがある。また、テレビCMの配置¹⁵⁾など、物理的な施設やネットワーク以外に応用したモデルも存在し、FILMの適用範囲は非常に広いものとなっている。

FILMの枠組みで提案されてきたモデルの多くは、フローの経路上に施設があるときのみフローが捕捉されると仮定しているが、実際の都市では、人々が本来の経路から外れ、わざわざ施設に立ち寄るような状況が日常的に発生している。そのような施設の配置をFILMの枠組みで扱うには、移動者が本来の経路から外れて施設に立ち寄り、すなわち「迂回」を許容したモデルを構築する必要がある。

Bermanら³⁾は、ネットワーク上の移動者が、本来の経路から外れ一定距離以下の迂回を行い、施設を利用すると仮定した上で、総集客数が最大となるように複数の店舗の配置を決定するモデルを構築している。このモデルをはじめとして、いくつか迂回許容型のFILMが提案されており、FILMの拡張の1つの重要な分野として確立されている^{2, 4, 9, 13, 17)}。

しかし、これらのモデルは施設までの迂回距離のみに着目しているものがほとんどであり、施設の利用にかかる時間まで考慮したものは少ない。利用時間が利用者数に関わらず、施設ごとに決められた定数として与えられている場合は、迂回許容型FILMに多少の改変を加えるだけで記述できるが、都市における多くの施設は、利用者数が増加するほど、その施設の利用に要する時間が増加する(混雑する)構造を持つ。この構造は迂回許容型FILMでは記述できないため、新たなモデルを構築する必要がある。

ここで、コンビニエンスストアなどの、移動者にとって立ち寄ることが必須でない施設を対象とする場合について考える。このとき、移動者にとって、ネットワーク上のどの施設を利用するのにも多大な時間がかかってしまう場

* 学生会員 慶應義塾大学大学院 理工学研究科 開放環境科学専攻 (Keio University)

** 正会員 慶應義塾大学 理工学部 管理工学科 (Keio University)

合、移動者は施設を利用せず、出発地から目的地へ向かうことが考えられる。この状況のもと、総利用者数が最大となるように施設配置を決定するモデルを構築することは、有効な出店計画をたてる上で非常に有用となる。

本稿では、上述のような利用することが必須ではないような施設を対象として、施設利用にかかる総所要時間（施設を利用する経路の移動時間と施設の利用時間の和）をコストとみなすことで、ネットワーク上に配置された各施設の利用者数の算出を、利用者均衡配分と同一の構造の問題に帰着させる。その上で、総利用者数が最大となるようにネットワーク上に複数の施設を配置する問題を定式化する。提案モデルでは、ある所与の施設配置における総利用者数の算出に最適化問題を解く必要が生じるため、総利用者数を最大化するように施設を配置する問題は、最適化問題を内包した最適化問題（二段階最適化問題）となる。そのため、汎用ソルバーで求解可能な形式で、整数計画問題として定式化することは困難である。本稿では提案モデルの局所最適解を求めるヒューリスティックな解法も併せて提案する。

提案モデルは、小売店舗などのレジで混雑が発生する施設の配置だけでなく、病院や人間ドックなどのヘルスケアに関わる施設、市役所や区役所の出張窓口などの公的な施設、郵便局や銀行・ATM など、利用者の増加により利用時間が増加する構造を持った様々な施設の配置に適用することができる。さらに、混雑が発生する度合いや移動者が混雑をどの程度回避するかを表すパラメータを変化させることで、様々な社会的な状況を記述することができる。例えば、インフルエンザや新型コロナウイルスなどの感染症が流行した場合、人々はできるだけ他人と接触することを避けるよう行動するため、混雑をひどく嫌って施設選択を行うことになる。そのような状況下で、なるべく多くの人が施設を利用できるように自社チェーンの店舗の出店計画をたてる際にも、大きく改変することなく提案モデルを適用できる。

本モデルの先行研究として、Berman²⁾のモデルがある。そこでは、集客数が最大となるように小売店舗などの商業施設をネットワーク上に配置する問題が提案されており、施設の利用に要する時間を $M/G/1$ 待ち行列モデルで表した上で、本稿と同様の状況設定を仮定している。このモデルも二段階最適化問題として定式化されており、ヒューリスティックな解法が併せて提案されている。また、7ノード、10リンクからなる小規模な例題ネットワークにおける数値例も示されている。ただし、このモデルでは同じフローに属する人々は同じ施設しか利用出来ないと仮定している点で、やや現実から乖離している。一方、提案モデルでは、同じフローに属する移動者が各施設の混雑に応じて複数の施設を利用する状況を記述することができる。この点は、提案モデルと Berman のモデルのもつ

とも大きな違いであると言える。さらに、提案モデルは Berman のモデルと比較して、より直接的に混雑の度合いを設定することができる。本稿では、Berman のモデルで扱われている例題よりも規模の大きな道路網ネットワークに提案モデルを適用し、混雑に関わるパラメータを変化させることで多様な状況におけるモデルの特徴を分析する。

以降の構成は以下のとおりである。まず、第2章では、Berman らの迂回許容型 FILM を紹介し、その定式化を示す。第3章では、提案モデルの状況設定を整理し、定式化とヒューリスティックな解法を示す。第4章では、実際の道路網に対して適用し、最適解の分析を行う。最後の第5章では、本研究のまとめと今後の展開について述べる。

2 迂回許容型フロー捕捉型配置問題の定式化

Berman ら³⁾の迂回許容型 FILM は、ネットワーク上の様々な起・終点間で発生するフローを需要として捉え、各フローは最短経路からの迂回距離が一定未満の施設に立ち寄ることが可能と仮定している。この状況のもとで、いずれかの施設へ立ち寄りが可能なフローの合計流量が最大となるように複数の施設を配置する。以下では、施設が配置可能なノード集合を K 、正の流量が存在するフローの集合を Q と表す。また、次の記号を導入する。

p : 配置施設数

f_q : フロー $q \in Q$ の流量（移動者数）

$d(i, j)$: ノード i とノード j 間の最短距離

δ_q : フロー $q \in Q$ の迂回許容度（0 以上の実数）

o_q : フロー $q \in Q$ の起点ノード

d_q : フロー $q \in Q$ の終点ノード

a_{qk} : フロー $q \in Q$ がノード $k \in K$ へ立ち寄ることができるときに 1、そうでないときに 0 を取るパラメータ

ここで、 a_{qk} は具体的に以下のように定義される：

$$a_{qk} = \begin{cases} 1 & d(o_q, k) + d(k, d_q) \leq (1 + \delta_q)d(o_q, d_q), \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

これは、施設を経由して起点から終点まで移動するときの距離が、起・終点間の最短距離の $(1 + \delta_q)$ 倍以下であれば、その施設に立ち寄り可能であることを意味している。さらに、次の 0-1 変数を導入する：

$$x_k = \begin{cases} 1 & \text{ノード } k \text{ に施設を配置する,} \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (1)$$

$$y_q = \begin{cases} 1 & \text{フロー } q \text{ がいずれかの施設に立ち寄る,} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2)$$

以上を用いると、迂回許容型 FILM は以下のような 0-1 整数計画問題として定式化することができる：

$$\text{maximize } \sum_{q \in Q} f_q y_q \quad (3)$$

$$\text{subject to } \sum_{k \in K} x_k = p \quad (4)$$

$$y_q \leq \sum_{k \in K} a_{qk} x_k \quad \forall q \in Q \quad (5)$$

$$x_k \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K \quad (6)$$

$$y_q \in \{0, 1\} \quad \forall q \in Q \quad (7)$$

目的関数 (3) は、捕捉されるフローの流量の総和を表しており、これを最大化する。式 (4) は、配置施設数が p 個であることを表している。式 (5) は、フロー q がいずれかの施設に立ち寄るためには、フロー q の最短経路距離の $(1 + \delta_q)$ 倍以内で立ち寄り可能なノードに少なくとも 1 つは施設を配置する必要があることを表している。式 (6)、(7) は決定変数 x_k, y_q の 0-1 制約である。

このモデルでは、施設への迂回距離のみによって、立ち寄り可能か否かを表す a_{qk} が予め決定される。そのため、各フローは、他者の行動に影響されることなく、配置された施設を利用するか否かを決定する。この点は、移動者が他者の施設選択を考慮して、各自にとって総所要時間が最短となる行動を取ると仮定した提案モデルとの大きな違いである。なお提案モデルにおいて、施設の容量を十分に大きく設定し、混雑が発生しにくい状況を仮定したとき、提案モデルと迂回許容量 FILM の最適解は一致する。

3 提案モデルの定式化

3.1 状況設定とモデル化

以降では、道路ネットワーク上のノード集合を N 、リンクの集合を E とし、道路網ネットワークを $G = (N, E)$ と表す。また、施設配置が可能なノードの集合を K 、正の流量が存在するフローの集合を Q と表す。さらに、次の記号を導入する。

f_q : フロー $q \in Q$ の単位時間あたりの流量 (移動者数)

o_q : フロー $q \in Q$ の起点ノード

d_q : フロー $q \in Q$ の終点ノード

T_q : o_q と d_q 間の最短経路を移動するのに要する時間

提案モデルでは、以下の状況を仮定する。

- ノード k に配置された施設の利用者数を u_k としたとき、施設の利用時間は $g_k(u_k)$ で与えられる。ここで、 $g_k(u_k)$ は、 u_k の単調増加関数である。
- 移動者は徒歩で移動を行うと想定し、ネットワーク上のリンク (道路) には混雑が発生せず、通過に要する時間はリンク長に比例する。
- 移動者は、ネットワーク上の各リンクの通過時間・各施設の利用時間について、完全な情報を持っている。
- フロー q に属するそれぞれの移動者は、自分にとって総所要時間 (施設を利用する経路の移動時間と施設

の利用時間の和) がもっとも短くなる施設を選択し利用する。ただし、配置されたすべての施設において、総所要時間が $(1 + \delta_q)T_q$ 以上である場合、移動者はどの施設も利用せず、 o_q から d_q へ最短経路で移動する。ここで、 δ_q は 0 以上の任意の実数であり、迂回許容量を表す。

- 移動者は起点から施設まで、および施設から終点までの移動に最短経路を用いる。

δ_q はフローごとに設定できるため、迂回時間の上限を最短経路移動時間からの増分として記述することも可能である。この状況下で、施設の利用者数の合計が最大となるような p 個の施設の配置を求める。

提案モデルは次の下位問題と上位問題から構成される。

下位問題 所与の施設配置に対する施設利用者数の算出

上位問題 総利用者数を最大化する施設配置の探索

下位問題の解を得るため、道路網に仮想的なリンクを加えた拡張ネットワークを構築し、移動者の施設選択行動を利用者均衡配分と同一構造の問題として記述する。上位問題に対しては、下位問題で得られる利用者数をもとに、局所最適な施設配置を求める発見的解法を提案する。

3.2 所与の施設配置に対する各施設の利用者数の算出

以降では、所与の施設配置を、以下のような施設が配置されているノードの集合 X と表す：

$$X = \{k \in K \mid k \text{ に施設が配置されている} \}. \quad (8)$$

前述の仮定の下で、所与の施設配置 X における各施設の利用者を算出するため、以下の手順で拡張ネットワークを作成する。

- 施設が配置されているノード $k \in X$ に「施設利用リンク」を追加する。このリンクは両端点がノード k となるループである。このリンクを通過するのに要する時間を施設利用者数 u_k の関数として $g_k(u_k)$ と表す。
- すべてのフロー $q \in Q$ について、 o_q と d_q の間に「非利用リンク」を追加する。このリンクを通過するのに要する時間を $(1 + \delta)T_q$ とする。

図 1 は、1 つのフローが存在し、2 つの施設が存在するネットワークに対して、拡張ネットワークを構築したものである。この拡張ネットワークにおいて、経路 1 を通過することは、起点 o_q を出発して施設 A に立ち寄り、終点 d_q に向かうような行動を表す。同様に、経路 2 を通過することは、施設 B に立ち寄って起点 o_q から終点 d_q に行く行動を表す。一方で、経路 3 を通過することは、施設 A にも施設 B にも立ち寄らずに、 o_q から d_q に最短経路で移動することを表す。

この拡張ネットワーク上で移動者の施設利用行動を表現することで、(d) の仮定は利用者均衡配分で仮定している

Wardrop の第一原則 (等時間原則)¹⁹⁾ と等しくなる。そのため、施設の利用にかかる総所要時間をコストと定義することで、各施設の利用者数の算出に利用者均衡配分を用いることが可能となる。

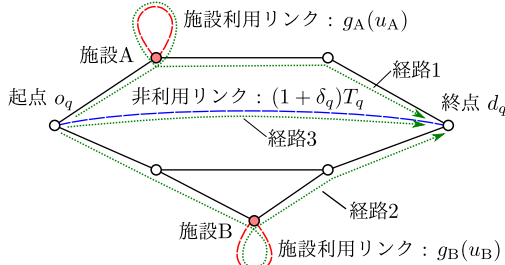


図 1: 拡張ネットワーク

ここで、一般的に用いられる利用者均衡配分と提案モデルで構築する利用者均衡配分の相違点を述べる。通常の利用者均衡配分では、各フローの起・終点間に存在するあらゆる経路を、フローが利用できる経路の選択肢として与える。一方、提案モデルで用いる利用者均衡配分では、(b) ネットワーク上の道路リンクには混雑が発生しないこと、(e) 移動者が起点から施設まで、および施設から終点までの移動に最短経路を用いることを仮定しているため、各フローの利用可能な経路の選択肢は $p+1$ 個 (施設の利用を表す p 個の経路と施設の利用しない 1 個の経路の集合) に限定される。この構造により、提案モデルで扱う利用者均衡配分は、通常の利用者均衡配分よりも小規模な問題となる。

ここで、施設配置 X について、以下の記号を導入する。

$E'(X)$: 拡張ネットワークにおいて、各フローの起・終点と施設間の最短経路に含まれるリンクと施設利用リンク、非利用リンクの集合

$E_f(X)$: 施設利用リンクの集合 ($E_f(X) \subset E'(X)$)

$W_q(X)$: フロー $q \in Q$ が利用可能な経路の集合 (施設を利用する p 個の経路と施設を利用しない 1 個の経路の集合)

$t_e(\cdot)$: リンク $e \in E'(X)$ の通過に要する時間 (リンクパフォーマンス関数)

γ_e^w : 経路 $w \in W_q(X)$ がリンク $e \in E'(X)$ を含むときに 1, そうでないときに 0 をとる定数

加えて、以下の変数を導入する。

v_w : フロー q のうち、経路 $w \in W_q(X)$ を通過する単位時間あたりの移動者数

u_e : リンク $e \in E'(X)$ を単位時間あたりに通過する移動者数

施設配置 X に応じて拡張ネットワークが構築されるため、拡張ネットワークのリンク集合 $E'(X)$, $E_f(X)$ および経路集合 $W_q(X)$ は、 X を引数とする関数のように表されることに注意されたい。また、前述したとおり、各フ

ローの利用可能な経路の選択肢は $p+1$ 個であるため、すべてのフロー q について、 $W_q(X)$ は $p+1$ 個の経路の集合となっている。

リンク $e \in E'(X)$ が、通常の道路を表すリンクまたは非利用リンクであった場合、 $t_e(u_e)$ は u_e に関わらず、常に一定の値となる。一方、リンク e が施設利用リンクであった場合、 $t_e(u_e)$ は先に定義した $g_k(u_k)$ となる。

これらを用いると、各施設への均衡配分を求める問題 (以降、利用者数算出問題と呼ぶ) は以下のように定式化することができる：

$$\text{minimize } \sum_{e \in E'(X)} \int_0^{u_e} t_e(y) dy \quad (9)$$

$$\text{subject to } \sum_{w \in W_q(X)} v_w = f_q \quad \forall q \in Q \quad (10)$$

$$u_e = \sum_{q \in Q} \sum_{w \in W_q(X)} \gamma_e^w v_w \quad \forall e \in E'(X) \quad (11)$$

$$v_w \geq 0 \quad \forall w \in W_q(X), \forall q \in Q \quad (12)$$

$$u_e \geq 0 \quad \forall e \in E'(X) \quad (13)$$

式 (9) において、通常の道路を表すリンクと非利用リンクに関しては、積分部分は流量と経路長の積となる。

利用者数算出問題の最適解におけるリンク $e \in E'(X)$ の単位時間あたりの通過移動者数を u_e^* とすると、施設の総利用者数 z^* は次のようになる：

$$z^* = \sum_{e \in E_f(X)} u_e^*. \quad (14)$$

リンクパフォーマンス関数に BPR 関数⁵⁾を設定すれば、利用者均衡配分を求める問題は凸の非線形計画問題となることが知られている。そこで、提案モデルにおいても混雑コスト関数に BPR 関数を採用する。これにより、Frank-Wolfe 法⁸⁾や TAPAS 法¹⁾などのよく知られた手法により、均衡を計算することが可能となる。

3.3 局所最適な施設配置の探索手法

利用者行動を所与とした上での、上位問題を解くための発見的解法を提案する。提案解法は、目的関数値が改善するように、現状配置を少しずつ変更していく Vertex Substitution と呼ばれるアプローチ^{6, 18)}を基礎とする。具体的なアルゴリズムを記述するにあたり、以降では施設配置 X を変数として扱う。

提案解法では、ある施設配置 X に対する近傍を、「 $p-1$ 個の施設を固定し、1 つの施設のみを隣接ノードに動かすことで得られるすべての配置」と定義する。例えば、図 2 のような道路ネットワークと施設配置 X があつた場合、2 つの施設それぞれを隣接ノードに移動させた 4 つの施設配置が近傍となる。

これらを用いて、局所最適な施設配置 X^* を求める提案解法は次のようになる。

- Step1 任意の施設配置 X を初期解とし, X における総利用者数を暫定値 z とする.
Step2 X の近傍 $S = \{X'_1, X'_2, \dots\}$ を求め, S に含まれるすべての施設配置に対して総利用者数を計算する.
Step3 最も総利用者数が多い近傍解を $\tilde{X}$, そのときの総利用者数を $\tilde{z}$ とする.
Step4 $z < \tilde{z}$ であれば, X と z をそれぞれ $\tilde{X}$ と $\tilde{z}$ に更新して, Step2 へ戻る. そうでなければ, X を局所解として, 探索を終了する.

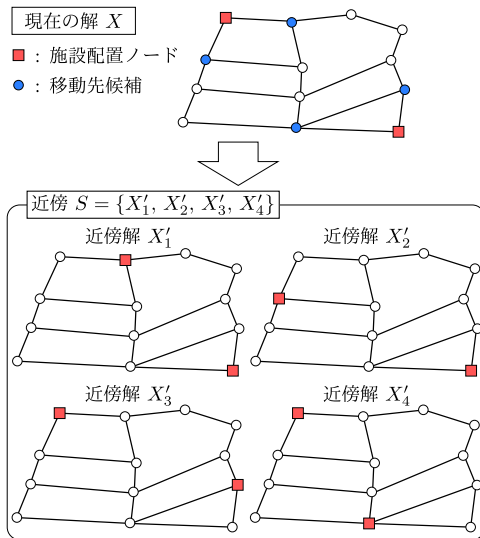


図2: 施設配置 X の近傍

4 道路網への適用例

実際の道路網からネットワークを作成し, 提案モデルの最適解の特徴を分析する. 分析には, OpenStreetMap¹⁶⁾ から作成した, 神奈川県横浜市みなとみらい地区の道路ネットワークを用いる. 今回は, 最適配置結果の特徴を把握しやすくすることを目的として, 複数のフローから迂回距離が小さく立ち寄りやすいノードやすべてのフローにとって立ち寄りにくいノードがネットワーク上で混在するように, 4つの仮想的なフローを設定した. なお, 毎分 80m の徒歩による移動を想定し, 各リンクの通過時間を設定した. 図3は, 設定した4つのフローと, フローの起・終点間の最短経路を表している. 各フローの流量 f_q と最短経路を移動するのに要する時間は表1のようなになる. 施設 $k \in K$ の利用時間 $g_k(u_k)$ には, 次のような BPR 関数⁵⁾ を設定した:

$$g_k(u_k) = t_0 \left\{ 1 + \alpha \left(\frac{u_k}{C_k} \right)^\beta \right\}. \quad (15)$$

t_0 は他に利用者が存在しないときの施設の利用時間を表している. C_k は施設 k の擬似的な容量を表しており, 利用者数 u_k が C_k を超えると, 利用に要する時間が急激に増加する性質がある (図4). この傾向は, サービス利用の

需要の増加に対して待ち時間が急激に増大する待ち行列理論による結果とも類似点がある. 加えて, 後述するような最適化問題としての扱い易さを備えており, 本稿の目的に沿ったモデル式であると考え.

表1: 各フローの流量と最短経路の移動時間

	流量 f_q [人/分]	最短経路移動時間 [分]
フロー A	10	10.85
フロー B	10	11.63
フロー C	10	4.23
フロー D	10	8.50

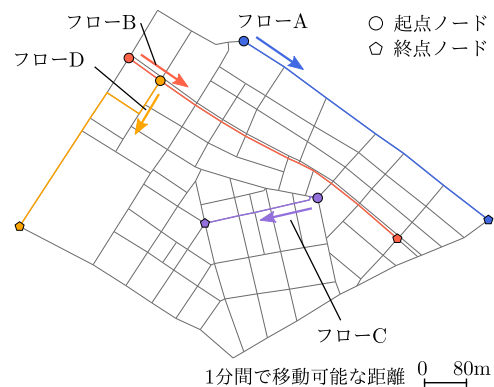


図3: 例題ネットワークとフロー

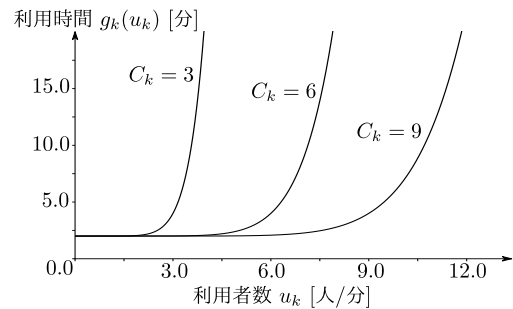


図4: 施設の利用時間 $g_k(u_k)$

例題ネットワークに提案解法を適用した結果を分析する. 提案解法はプログラミング言語 Python を用いて実装した. 施設利用者数の計算には Frank-Wolfe 法を用いた. また, 各パラメータに対して局所解を 100 回求め, その中でもっとも優れているものを近似解とした. なお, $p = 3$ のときの配置結果は, すべての配置を評価して得られた真の最適解と一致していることを確認している.

以降では, BPR 関数のパラメータを $t_0 = 2$ 分, $\alpha = 1$, $\beta = 8$ と固定し, C_k を変化させながら, 近似解の分析を行う. 迂回許容度は, すべてのフローに対して $\delta_q = 0.5$ とした. 図5は, 施設配置数 p を 3 から 6 まで変化させたときの最適配置である. 図5における混雑の度合いを,

(1) $C_k = 3$, (2) $C_k = 6$ および (3) $C_k = 9$ の 3 通りに設定した (図 4). また, 擬似的な施設容量を表す C_k の違いによる施設配置の傾向の差異を確認するため, BPR 関数のパラメータ β には大きな値に設定した.

図 5 から, 近似解においてフローの最短経路上, または最短経路に近いノードに施設が配置される傾向があることが分かる. $C_k = 3$ のケースでは, すべての施設がフローの最短経路上に配置されている. $C_k = 9$ のケースでは, 図 5 (i), (l) のように, 施設数が多くなると, 各フローの最短経路上だけではなく, 複数のフローからアクセスしやすい経路外のノードに施設が配置される様子が見て取れる. $C_k = 3$ のように, フローの流量に対して施設の容量が小さい場合, 最短経路長の長いフロー A やフロー B の経路上に集中的に施設を配置することで, 総利用者数を確保する構造が見て取れる. これに関連して, $C_k = 3, p = 3$ のときには, フロー B の経路上の任意の 3 つのノードに施設を配置すれば, 常に最適解となる. 一方で, $C_k = 9$ のようにフローの流量に対して十分な施設の容量が設定されている場合, 1 つの施設で複数のフローに属する利用者を確保することが有利であるため, 各フローの最短経路上だけでなく, 複数のフローから平均的に近い位置に施設が配置されていると読み取ることができる.

この様子をさらに詳しく見るため, 施設数 p を変化させたときの最適値 (総利用者数) の推移を分析する (図 6). 各 C_k の値において, 施設数 p の増加に伴い最適値も増加しているが, C_k の値が小さいほど, 最適値の増加が緩やかになっていることが見て取れる. C_k が 7 以上のときは, 配置施設数が多くなるほど, 施設を 1 つ追加したときの増分が少なくなる. 一方で, C_k が 6 以下のときは, 施設数を増やしても最適値がほぼ横ばいの箇所がある. これは一般的な施設配置問題には見られない特徴であり, 容量の小さい施設の配置をする場合, 施設を追加してもほとんど効果がない状況が存在するというを示唆している.

C_k は前述した通り, 施設の擬似的な規模を表している. そのため, 図 6 から容量の大きい (混雑しにくい) 施設を少数設置する場合と容量の小さい (混雑しやすい) 施設を多数設置する場合とで, どちらが多くの利用者を獲得できるかといった問題を定量的に分析することが可能である. 例として, 図 6 から, (C_k, p) が $(8, 3), (6, 4), (5, 5), (4, 6), (3, 8)$ であるときは, いずれも総利用者数はほぼ同じで 25 人程度となることがわかる.

提案モデルにおいて, 混雑が無視できるほど施設の容量を大きくすると, Berman ら³⁾ の迂回許容型 FILM に帰着される. そこで, 新たに図 7 のように 10 種類の仮想的なフロー (流量はすべて 10 人/分) を設定し, C_k を大きく変化させて配置結果を確認する. 図 8 は, C_k を 3, 15, 30, 100 と変化させたときの近似解である. 図 8 (c), (d) のように, C_k を 30, 100 と大きくすると, 3 つ以上のフローから利用される位置に施設が配置されることが見て取れる. 図 8 (d) の $C_k = 100$ の配置は, 迂回許容型

FILM における最適配置と完全に一致する. また, 100 以上の C_k であれば, 常に迂回許容型 FILM の最適結果と一致する. 表 2 は近似解において, 総利用者数に対して 3 つのそれぞれの施設が占める利用者数の割合である. ここから, 施設の容量が小さいほど, 利用者は 3 つの施設に均等に分散される傾向があることが読み取れる. 例えば, 感染症などが流行し, 人々ができるだけ他人と接触することを避けようとした場合, 混雑をひどく嫌って施設選択を行うことになる. その結果として, 移動者はネットワーク上の施設を分散して利用することが想定される. 表 2 から, C_k を小さく設定することで, このような状況での利用者行動を記述できることが分かる.

表 2: 施設ごとの利用者数の割合

	$C_k = 3$	$C_k = 15$	$C_k = 30$	$C_k = 100$
A	33.83%	35.80%	31.14%	25.00%
B	33.33%	34.46%	37.71%	50.00%
C	32.84%	29.74%	31.14%	25.00%

5 結論と今後の課題

本稿では, ネットワーク上の利用者の混雑を伴う施設の選択行動を, 利用者均衡配分に基づき記述し, 総利用者数を最大化するように複数の施設を配置するモデルを構築した. 提案モデルに対するヒューリスティックな解法を示し, 例題ネットワークを用いて施設配置結果の特徴を分析した. 混雑が発生しやすい (容量が小さい) 施設の場合には, 各フローの最短経路上にのみ施設が配置される傾向があり, 反対に, 混雑が発生しにくい (容量が大きい) 施設の場合には, 各フローの最短経路上のほかに, 複数のフローから近い地点に施設が配置される傾向が確認された. これは既存のフロー捕捉型配置問題からは判明し得ない新しい知見である.

今後の課題として, 確率的利用者均衡配分により, 利用者の施設選択行動を記述するモデル化が考えられる. 本研究では, 「利用者がネットワーク上の各リンクの移動時間・各施設の利用時間について, 完全な情報を持っている」と仮定した確定的利用者均衡配分を用いて, 利用施設の選択行動をモデル化している. この仮定を緩和し, 利用施設選択行動を確率的に記述すれば, より現実的な状況を考慮することができるであろう.

その他, 本モデルではネットワーク上に存在するすべての人々が, 全施設の利用に一定時間以上かかる場合, どの施設を利用せずに, 直接目的地へ向かうと仮定した. しかし, 施設の種類によっては, ある一定の割合で「どんなに利用に時間がかかっても施設を利用する」行動を取る人々が存在することが考えられる. 提案モデルに以下の変更を加えることで, このような状況を容易に扱うことができる. 各フローを「利用時間によってはどの施設も利用しない人々」のフローと「利用時間に関わらず, いずれかの施

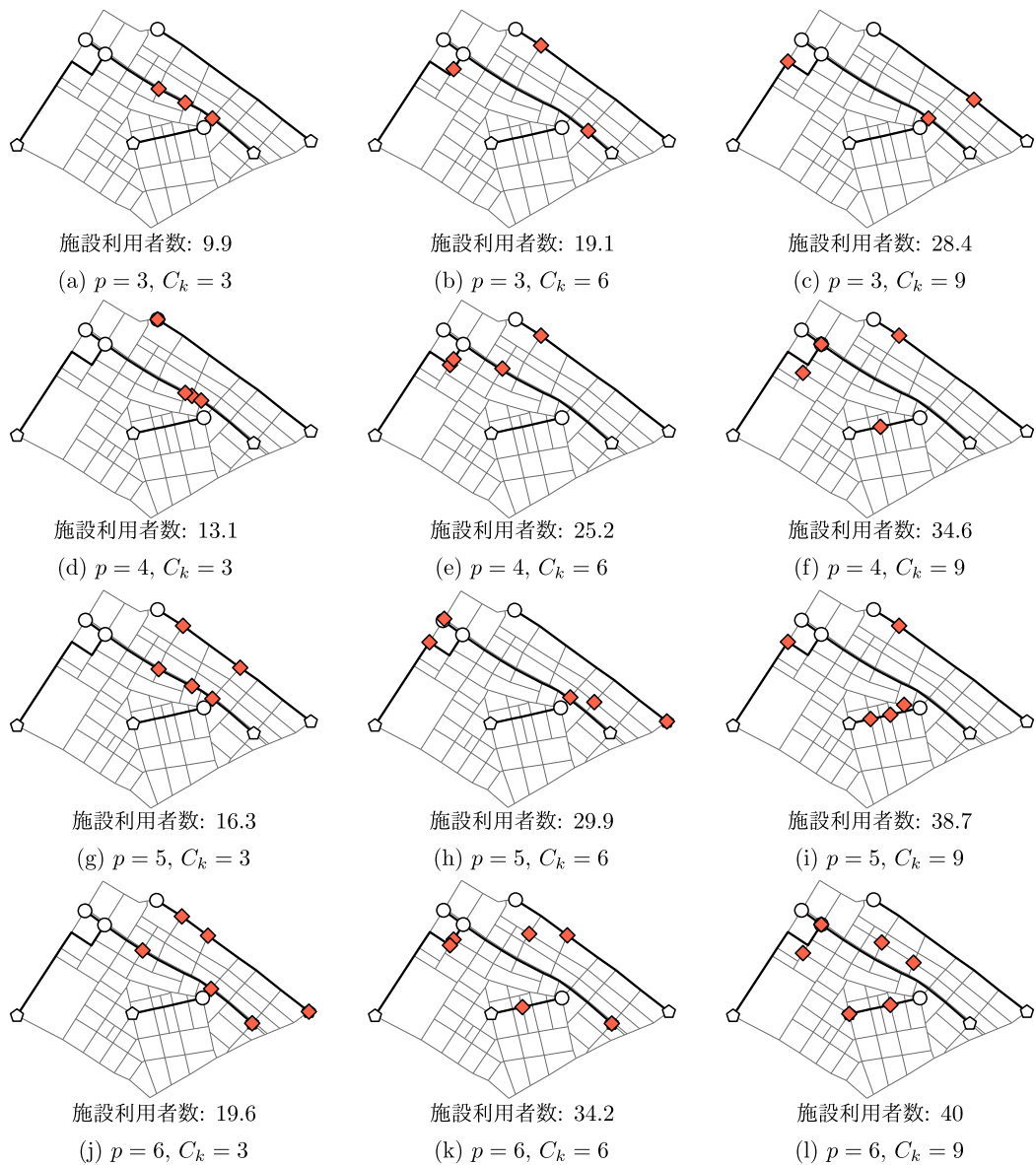


図 5: $C_k = 3$ (左列) と $C_k = 6$ (中央列) と $C_k = 9$ (右列) の最適配置結果の比較

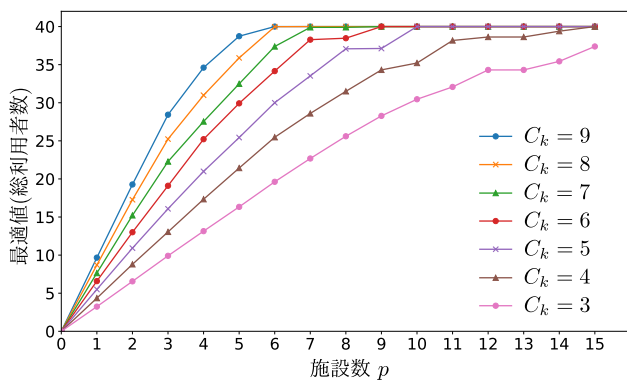


図 6: 施設数 p による総利用者数の推移

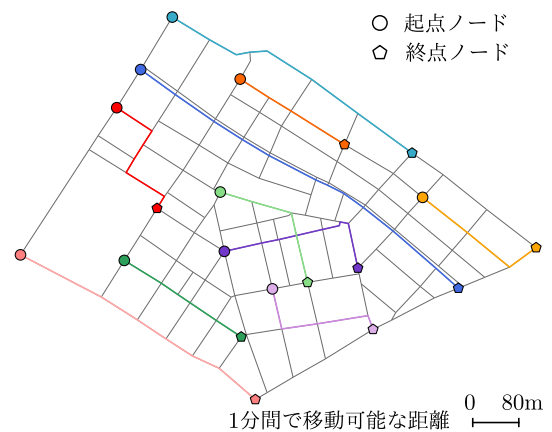


図 7: 新たに設定したフローの例

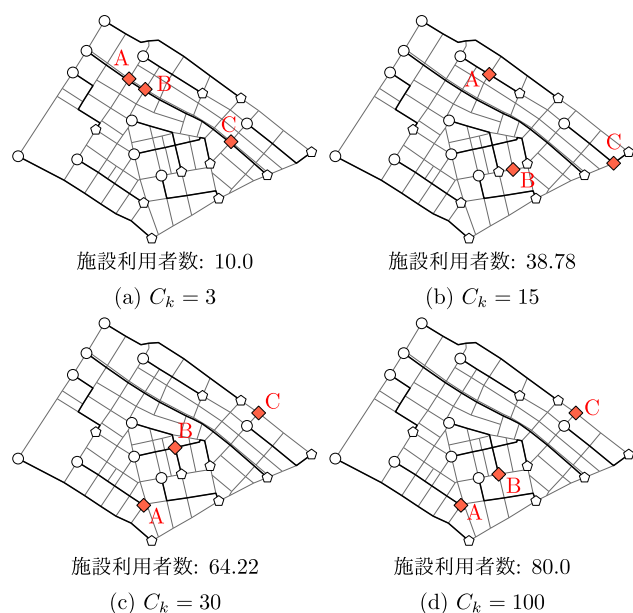


図 8: C_k に応じた配置結果の比較

設を利用する人々」のフローに分割し、前者のフローには提案モデルと同じ $p + 1$ 個の経路を選択肢として与え、後者のフローには施設を利用しない経路を除いた p 個の経路を選択肢として与える。こうして作成されたフローに対して、本稿と同様の手法を適用することで上述の状況を記述することができる。この拡張を行えば、提案モデルをさらに多様な場面に適用することができる。

また、提案モデルは施設にのみ混雑が発生し、道路には一切混雑が発生しないと仮定した。道路の混雑も取り入れれば、ガソリンスタンドやドライブスルーなどの自動車で利用する施設の最適配置も考えることができる。いずれも今後の課題としたい。

謝辞

匿名の査読者からのコメントにより、研究の位置づけと適用対象をより明確に記述することができました。感謝申し上げます。本研究は JSPS 科研費 18H01661 の助成を受けました。

参考文献

- 1) Bar-Gera, H. (2010) : Traffic assignment by paired alternative segments, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 44, pp. 1022–1046, 2010.
- 2) Berman, O. (1995) : The maximizing market size discretionary facility location problem with congestion, *Socio-Economic Planning Sciences*, Vol. 29, pp. 39–46, 1995.
- 3) Berman, O., Bertsimas, D. and Larson, R.C. (1995): Locating discretionary service facilities, II: maximizing market size, minimizing inconvenience, *Operations Research*, Vol. 43, pp. 623–632, 1995.
- 4) Berman, O. and Krass, D. (1998) : Flow intercepting

spatial interaction model: a new approach to optimal location of competitive facilities, *Location Science*, Vol. 6, pp. 41–65, 1998.

- 5) Branston, D. (1976): Link capacity functions: A review, *Transportation Research*, Vol. 10, pp. 223–236, 1976.
- 6) Daskin, M.S. (2013): *Network and Discrete Location*, 2nd Edition, John Wiley & Sons.
- 7) 土木学会 土木計画学研究委員会・交通需要予測技術検討小委員会 (2003): 道路交通需要予測の理論と適用 第 I 編 利用者均衡配分の適用に向けて, 社団法人土木学会, 2003.
- 8) Frank, M. and Wolfe, P. (1956): An algorithm for quadratic programming, *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 3, pp. 95–110, 1956.
- 9) Hodgson, M.J. (1981): The location of public facilities intermediate to the journey to work, *European Journal of Operational Research*, Vol. 6, pp. 199–204, 1981.
- 10) Hodgson, M.J. (1990) : A flow-capturing location-allocation model, *Geographical Analysis*, Vol. 22, pp. 270–279, 1990.
- 11) Hodgson, M.J., Rosing, K.E. and Zhang, J. (1996): Locating vehicle inspection stations to protect a transportation network, *Geographical Analysis*, Vol. 28, pp. 209–314, 1996.
- 12) Horner, M.W. and Groves, S. (2007) : Network flow-based strategies for identifying rail park-and-ride facility locations, *Socio-Economic Planning Sciences*, Vol. 41, pp. 255–268, 2007.
- 13) Kim, J.G. and Kuby, M. (2012) : The deviation-flow refueling location model for optimizing a network of refueling stations, *International Journal of Hydrogen Energy*, Vol. 37, pp. 5406–5420, 2012.
- 14) Kuby, M. and Lim, S. (2005) : The flow refueling location problem for alternative-fuel vehicles, *Socio-Economic Planning Sciences*, Vol. 39, pp. 125–145, 2005.
- 15) 小貝洗希, 八尾優作, 丹野一輝, 濱田賢吾, 田中健一, 栗田治 (2020): 複数回の広告接触を考慮した CM スケジューリング問題: 視聴パターンに着目したフロー捕捉型配置モデル, *オペレーションズ・リサーチ*, Vol. 65, pp. 93–103, 2020.
- 16) OpenStreetMap Japan: <https://openstreetmap.jp/>
- 17) Tanaka, K. and Furuta, T. (2011) : A hierarchical flow capturing location problem with demand attraction based on facility size, and its lagrangian relaxation solution method, *Geographical Analysis*, Vol. 44, pp. 15–28, 2012.
- 18) Teitz, M. and Bart, P. (1968) : Heuristic methods for estimating the generalized vertex median of a weighted graph, *Operations Research*, Vol. 16, pp. 955–961, 1968.
- 19) Wardrop, J.G. (1952) : Some theoretical aspects of road traffic research, *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 1, pp.325–362, 1952.