
一般口演

一般口演27

データ活用・解析

2017年11月23日(木) 12:45 ～ 14:15 D会場 (10F 会議室1002)

[4-D-2-OP27-4] 咬合支持と隣接面接触情報の確率的勾配情報を基にした歯の経時的欠損シミュレーション野崎 一徳¹, 池邊 一典², 松田 謙一², 玉川 裕夫¹, 林 美加子² (1.大阪大学歯学部附属病院, 2.大阪大学大学院歯学研究科)

咀嚼機能の維持には歯の喪失を防ぐことがもっとも重要である。歯の喪失を咬合支持と隣接面接触の有無から評価し、加齢による歯の喪失パターンの相違を実データを用いて確率的に推測する手法を開発した。大阪大学老年学研究会による健康長寿研究の約2千人の横断データを用いた。歯の喪失を決定する方法として、1) 縦に上顎歯列、横に対合歯である下顎歯列とし、2) 咬合支持と隣接歯接触の有無を入力した16×16のバンド幅3の疎行列Dを構築し、3) それぞれの年代について累計値と総和を算出することにより確率質量分布を求め、4) その分布の勾配を求めることによる歯の喪失傾向を導出した。最初に抜歯される歯の部位をシミュレーターに与えることで、その後の歯の喪失部位の傾向を示すことが出来た。横断的データのみから時系列的な歯の喪失遷移様式を推定することは不可能である。本シミュレーターでは被験者群の欠損歯情報からシミュレータ上の欠損歯部位を含む歯列群を抽出し、D行列の勾配から尤も次に欠損歯となる部位を算出することで、喪失遷移を実現した。これを臨床応用することで歯の喪失に対して有効な治療介入が可能となる。今後、縦断的データを用いてシミュレータ内部の重み係数を最適化することにより精度向上を目指す。

咬合支持と隣接面接触情報の確率的勾配情報を基にした 歯の経時的欠損シミュレーション

野崎一徳^{*1}、池邊一典^{*2}、松田謙一^{*2}、玉川裕夫^{*1}、林 美加子^{*2}

^{*1} 大阪大学歯学部附属病院、^{*2} 大阪大学大学院歯学研究科

Simulation of tooth defect based on stochastic gradient information of occlusal support and adjacent surface contact information

Kazunori Nozaki^{*1}, Kazunori Ikebe^{*2}, Kenichi Matsuda^{*2}, Hiroo Tamagawa^{*1}, Mikako Hayashi^{*2}

^{*1} Osaka University Dental Hospital, ^{*2} Graduate School of Dentistry, Osaka University

It is most important to prevent loss of teeth to maintain chewing function. We evaluated the loss of teeth from the occlusal support and the presence or absence of contact on the adjacent surface and developed a method to probabilistically estimate the difference in tooth loss pattern due to age using actual data. We used crossing data of about 2,000 people in health and longevity research by Osaka University Gerontological Research Group. As a method of determining the loss of teeth, 1) a maxillary dentition in the longitudinal direction, a mandibular dentition in the lateral side as a pair of teeth, a sparse matrix of 16×16 bandwidth 3 where occlusion support and presence / absence of adjacent tooth contact are input D, 3) calculate the probability mass distribution by calculating the cumulative value and the sum total for each age, and 4) derive the tooth loss tendency by finding the gradient of the distribution. By giving the part of the tooth to be extracted first to the simulator, it was possible to show the tendency of the tooth loss site after that. It is impossible to estimate the time-sequential tooth loss transition mode only from transverse data. In this simulator, loss sequence was realized by extracting the group of dentition including the missing tooth part on the simulator from the missing tooth information of the subject group and then calculating the part to become the missing tooth next from the gradient of the D matrix. By applying it clinically, effective treatment intervention against tooth loss becomes possible. In the future, we will aim for improvement of accuracy by optimizing the weighting factor inside the simulator using longitudinal data.

Keywords: Simulation, Tooth loss pattern, Gerontological research, Transverse data

1. Introduction

咀嚼機能は、上下顎歯列の咬合状態に左右される。咬合状態の維持回復を目的とした歯科治療が一般的に行われている。歯の欠損部の補綴処置の際には、咬合時の力学的な安定が良好か否かを評価する。具体的には、天然の歯で咬合が可能な領域について診査する。このような領域を咬合支持域¹⁾と呼び、大きく3群に分けられている。Cummer²⁾の分類では、上下歯列を左右の臼歯部と前歯部の6ブロックに分け、その有無の組み合わせで欠損歯列を64パターンに分類している。また欠損拡大のリスクを評価し、臼歯の咬合有無によって咬合支持域の分類に予後の概念を導入した指標(咬合三角)も存在する³⁾。しかし、欠損パターンのコースを現在のパターンから欠損拡大の予防につなげることは容易ではない。

現在の欠損パターンから未来の欠損パターンを予測するには、何らかの法則性に基いたモデルを用意するか、十分な数の被験者を準備した上で、縦断研究(追跡研究)を行う必要がある⁴⁾。後者は統計処理により比較的容易に実現できるが、十分な数の被験者を準備することが困難である。前者は横断データのみから時間的な欠損パターンの遷移を推測する必要があり、幾つかの仮定の上で、数理モデルを構築することになる。

システム工学では入力を受け、(離散的な)状態を遷移し、出力をだすようなダイナミカルシステムを離散モデルと呼んでいる。このようなモデルにおいて要素となるのがオートマンと呼ばれ、内部に状態を持ち、オン・オフの信号を外部に出す

機械である⁵⁾。多数のオートマンを空間に並べて配置したものセルオートマン⁶⁾と呼ぶ。あるセルの状態遷移は、セル自身の状態と近傍のセルの状態により決まる。2次元セルオートマンには主なものとしてノイマン近傍とムーア近傍があり、それぞれ5近傍と9近傍により状態が決まる。2次元セルオートマンは、これまで様々な分野で用いられており、一斉射撃問題や、ライフゲーム、パニックシューター等が代表的な実装例である。現代においてはアーケードゲームとして有名なぷよぷよがある。セルオートマンを基盤としたダイナミカルシステムを用いれば、咬合状態や近傍歯状態を考慮に入れたシミュレーションの実装が可能であると考えることが出来る。一方で、その科学的信憑性に課題が残る。

数値シミュレーションの研究開発において、物理実験結果との整合性を確認するプロセスは必要不可欠である。しかし確認するプロセスを科学的に検証する取り組みは最近になって、大きく変化してきている。ベイズ統計学を背景としたデータサイエンス分野におけるデータ同化技術の発展がきっかけとなり、当該分野の研究開発が行われるようになってきている⁷⁾。乱流のような非線形物理現象が顕著に現れる数値計算事例の場合には、デカルト座標上で解く非線形偏微分方程式をあるスケールで平滑化し現実時間内に解を得る方法を採用しているのが普通である。平滑化に際して数学的に重要な性質として、1)平滑操作と微分演算は交換可能であること、2)平滑値の平滑値は必ずしも元の平滑値に一致しないことである⁸⁾。さらに、空間的な変動を捉える際に、主な流れに対して乱れが小さいと仮定すれば、空間的な変動を時間的なそれと近似することが出来る(テイラーの凍結仮説)⁹⁾。歯の経時

的な喪失についてもテイラーの凍結仮説のアナロジーとして、空間的な変動(横断データ)から時間的な変動(縦断データ)を考察することは可能である。

本研究では歯列状態を2次元セルオートマトンによる単純モデルとして実装し、経時的な歯列の歯の有無の変遷をシミュレーションすることで観察することを目的とする。

3. 材料と方法

大阪大学による健康長寿研究の2,088名の横断データを用いた。被験者は口腔内診査時に70歳(996名), 80歳(822名), そして90歳(270名)であった。男女比は983対1104であった。データは上下顎歯列両側中切歯から第二大臼歯までのそれぞれについての有無に関するものである。

3.1 咬合支持と隣接面接触情報

口腔診査データから、咬合支持の有無と隣接面接触(コンタクトポイント)の有無に関する情報を得ることが出来た。得られた情報を欠損パターンの変換数モデルとして離散モデル化するために図1のような14×14の疎行列として構築した。図1では3番と20番が欠損歯であり、それにより3と26, 9と20の間の咬合支持が失われている。さらに、2と4, 19と21の間の隣接面接触も失われている。

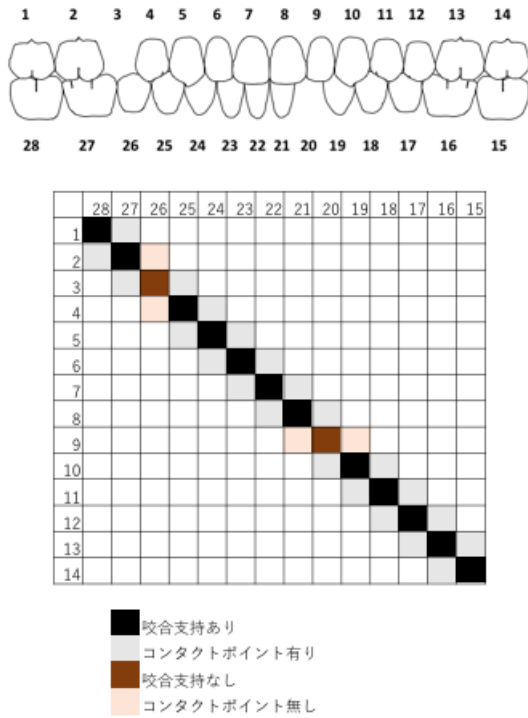


図1 咬合支持と隣接面接触関係を表現した歯列セルオートマトンの一例

3.2 歯列セルオートマトン

咬合支持の有無は図1における行列Dの対角成分に当たり、その性質は上下左右セルによって表現されている。5次元セルオートマトンにおけるノイマン近傍に相当する5近傍が構成されている。いま、Dの対角成分を $d_{i,i}$ としたとき、 $d_{i,i-1}$ と $d_{i,i+1}$ (上下), $d_{i-1,i}$ と $d_{i+1,i}$ (左右)はそれぞれコンタクトポイントの有無を表している。上下、左右の状態から上下顎どちら側

の歯が失われているのかが分かる。歯列セルオートマトンによる状態遷移は以下ようになる。

$$d_{i,i}(t+1) = f(d_{i,i}(t), d_{i,i-1}(t), d_{i,i+1}(t), d_{i-1,i}(t), d_{i+1,i}(t)) \quad (1)$$

3.3 横断データから擬似縦断データ作成

横断データには2,088人分の歯の本数に関する情報が含まれている。成人において生物学的に歯は減少するが増加はしない。この事実に基いて歯列データを歯の本数順にソートした。いま、歯の本数が28本あったとすると、その状態を O_{28} と表記する。 O_{28} の時に図1の1番の歯が残存している確率は $p(c_1|O_{28})$ のように示される。この確率はベイズの定理により以下のように求めることが出来る。

$$p(c_i|O_i) = \frac{p(O_i|c_i)p(c_i)}{\sum_{c_i} p(O_i|c_i)p(c_i)} \quad (2)$$

ここで、 $i = \{1, \dots, 24 \in \mathbb{N}\}$, $j = \{1, \dots, 24 \in \mathbb{N}\}$ であり、それぞれ歯の番号、歯の本数を示している。このような方法により横断データから歯の本数の減少という経時的な情報を生み出すことは、テイラーの凍結仮説と同様の仮説によるものである。

3.4 状態遷移規則

歯列セルオートマトンで定義した式(1)について、遷移規則について定義する必要がある。まず初期条件について、セルオートマトンのシミュレーションは初期条件によって結果が大きく左右されることが知られている。本シミュレーションの初期条件として、ランダムな歯番を喪失歯と設定し、各歯番の試行回数が等しくなるまで繰り返し実行した。次に、選択された喪失歯 c_i について行列Dを構築した。すなわち、 c_i の対角成分 $d_{i,i} = 0$ とし、 i が上顎($i \leq 14$)であれば $d_{i,i-1} = 0$, $d_{i,i+1} = 0$ とし、下顎($i \geq 14$)であれば $d_{i-1,i} = 0$, $d_{i+1,i} = 0$ とした。こうして得られたDに基いて式(1)により状態遷移を実施した。その際、遷移関数 f は、4変数で表され、それぞれ行列Dにおける $d_{i,i}$ の値、 $d_{i,i-1}$, $d_{i,i+1}$, $d_{i-1,i}$, $d_{i+1,i}$ を表している。次の条件をみたすものとした。さらに各変数の値として、咬合支持あり:1, なし:0, コンタクトポイントあり:1, なし:0とした。

次に、咬合支持の有無を表すDの対角成分に以下のような関係式が成り立つとする。

$$d_{i,i}^{(t+1)} = w_{i,i-1}^{(t)} d_{i,i-1}^{(t)} + w_{i,i+1}^{(t)} d_{i,i+1}^{(t)} + w_{i-1,i}^{(t)} d_{i-1,i}^{(t)} + w_{i+1,i}^{(t)} d_{i+1,i}^{(t)} = \mathbf{w}^T \mathbf{d} = \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}) \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{w}$ はパーセプトロンの判別式で用いられる重みとする。いま対角成分 d を確率的に扱うため、シグモイド関数、

$$\sigma(t) = \frac{1}{1 + e^{-t}} \quad (4)$$

に式(3)を代入し、

$$p(\mathbf{d}) = \sigma(\mathbf{w}^T \mathbf{d}) \quad (5)$$

を考える。喪失の有無($C=1,0$)の確率は、

$$p(C=0|\mathbf{d}) = 1 - p(C=1|\mathbf{d}) = 1 - \sigma(\mathbf{w}^T \mathbf{d}) \quad (6)$$

となる。 $C=t$ の時に喪失の有無を判別するための尤度関数は、

$$L_n(\mathbf{w}) = \prod_{(d_n, t_n) \in \mathcal{D}|O_j} p(C = t_n | d_n) = \prod_{(d_n, t_n) \in \mathcal{D}|O_j} (\sigma(\mathbf{w}^T \mathbf{d}_n))^{t_n} (1 - \sigma(\mathbf{w}^T \mathbf{d}_n))^{1-t_n} \quad (7)$$

となる。 $L(\mathbf{w})$ を最小化するため確率的勾配降下法¹⁰⁾を用いた重み $\mathbf{w}$ の学習を行う。いま、

$$E_n(\mathbf{w}) = -\{t_n \log y_n + (1 - t_n) \log(1 - y_n)\} \quad (8)$$

$$y_n = \sigma(\mathbf{w}^T \phi(x_n))$$

とすると、 $E_n(\mathbf{w})$ の $\mathbf{w}$ に関する勾配は、次のように整理できる。

$$\frac{\partial E_n(\mathbf{w})}{\partial w_j} = (y_n - t_n) \phi_j(x_n) \quad (9)$$

確率的勾配降下法におけるパラメータ更新式は、

$$\mathbf{w}^{(i+1)} = \mathbf{w}^{(i)} - \eta \cdot (y_n - t_n) \phi_j(x_n) \quad (10)$$

となる。

4. 結果

図2は2,088人分の歯の本数に関する横断的情報を用いて、「成人において物理的に歯は減少するが増加はしない」という事実にもとづいて歯列データを歯の本数順にソートした結果である。下顎臼歯部から上顎臼歯部、そして前歯部へと歯が喪失する様子が認められた。また、犬歯については上下顎ともに喪失する確率は低いことが分かった。ただし、残存歯数13以下を境に犬歯の喪失確率が相対的に上昇し始めることが分かった。残存歯数28以下から上下顎における喪失確率に差が認められた。さらに残存歯数14以下から喪失確率に左右差が認められた。

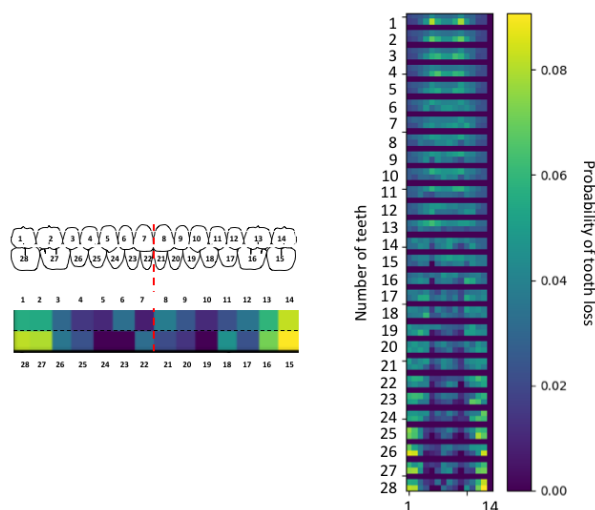


図2 横断データから作成した擬似縦断データ
左) 上段: 歯列 (番号付), 下段: 対応する各歯の喪失確率, 右) 残存歯数別の歯列における歯の喪失確率

図3は、喪失の有無を表す尤度関数 $L_n(\mathbf{w})$ を最小化した結果、算出された $\mathbf{w}$ について、咬合支持位置と残存歯数との関係を図示したものである。残存歯数が減少するに連れて左右非対称な咬合支持位置の影響が顕在化することが分かった。さらに犬歯に相当する部位での咬合支持の有無に関しては、重みが極めて高い値を示した。残存歯数が20歯以下から部位による重みの違いが顕在化した。さらに、残存歯数が10歯以下では臼歯部における重みの左右差が顕在化した。

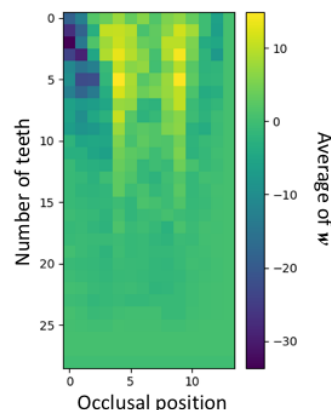


図3 隣接歯状態の咬合支持位置へ及ぼす影響度 $\mathbf{w}$ と残存歯数との関係

図4は、式(13)における $y_n - t_n$ の値がパラメータ更新に伴って変化の様子を示している。残存歯数が減るに従って、残差 $y_n - t_n$ の値が高止まりする傾向がみられた。

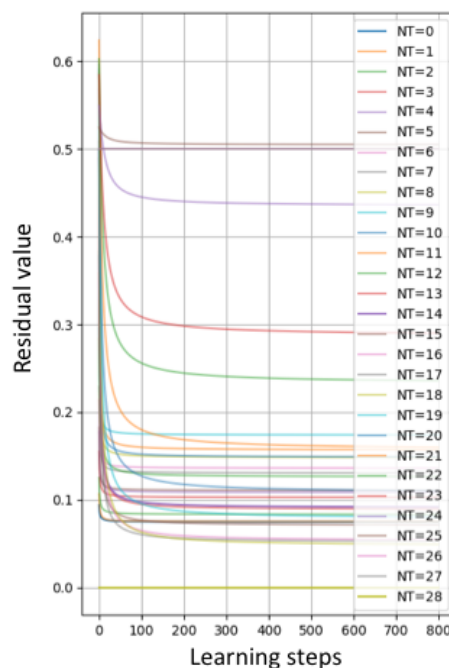


図4 隣接歯状態の咬合支持位置へ及ぼす影響度 $\mathbf{w}$ と残存歯数 (NT) の学習段階における残差

5. 考察

図2において残存歯数が28歯以下で上下顎間の喪失歯確率に違いが見られたが、図3においては、20歯以下から部位による重みの違いが見られた。重みの違いは、歯が喪失する際の部位による偏りに関係すると考えられる。そのため、上下顎での喪失歯の偏りが発生したと考えられる。

図2において残存歯数13以下では犬歯の歯の喪失確率が相対的に上昇したが、図3においても残存歯数13辺りで相対的に高値を示すことが分かった。

図2において残存歯数が28歯以下で臼歯部における左

右差が観察されたが、図 3 では喪失歯が増加するにつれて重みに左右差、偏りが観察された。

図 4 の結果から、残存歯数が減少するに連れ残差が高止まりした。今回用いたデータセットでは、残存歯数が少ない場合程例数が少ない(無歯顎を除く)ことから、臼歯部における左右差が顕在化した残存歯数 10 歯以下での重み w に関しては、より精度の高い最適化法を用いた検証が必要となる。

5. 結論

本研究で縦断データのみから得られた結果から、喪失歯が増加する危険性について、咬合支持部位の偏りが喪失歯確率を増大させる可能性が示唆された。

References

- 1) Cummer W. Partial denture service. Anthony LP: American Textbook of Prosthetic Dentistry Philadelphia, PA, Lea & Febiger 1942:339-452.
- 2) Eichner K. Renewed examination of the group classification of partially edentulous arches by Eichner and application advices for studies on morbidity statistics. Stomatol DDR 1990(40):321-325.
- 3) Miyaji T. Clinical Evaluation and Risk Analysis for Partially Edentulous Arch -Imbalance of the Number of Teeth between Maxilla and Mandible as a Risk Factor-. Ann Jpn Prosthodont Soc 2013(5):21-27.
- 4) 赤池弘次 他 モデリング-広い視野を求めて-, シリーズ:最適化モデリング 1, 近代科学社 2015:11-24.
- 5) 足立修一, 丸太一郎, カルマンフィルタの基礎, 東京電機大学出版局 2012:16-121.
- 6) Wolfram S., Statistical mechanics of cellular automata. Rev. Mod. Phys. 1983(55):601-644.
- 7) 樋口知之 他 データ同化入門-次世代のシミュレーション技術-, シリーズ 予測と発見の科学 6, 朝倉書店 2011:1-49.
- 8) 樋口知之, シミュレーション, データ同化, そしてエミュレーション. 岩波データサイエンス. 2017:98-106.
- 9) Taylor G.I. The spectrum of turbulence. Proc. Roy. Soc. Lond. 1938(A164):476-490.
- 10) Duchi J. Hazan E. Singer Y. Adaptive Subgradient Methods for Online Learning and Stochastic Optimization. The Journal of Machine Learning Research. 2011(12):2121-2159.