

軸流周りのシアで生成する擾乱の特異値解析

A Singular-Value Analysis of Perturbations Generated on a Cylindrical Shear Region around the Axial Flow

*板野 稔久¹

*Toshihisa Itano¹

1. 防衛大学校

1. National Defense Academy

Bjerknes (1938)の「スライス法」によれば、湿潤大気中の対流では、上昇流域は狭い範囲に限られる一方、それを補償する下降流域は広い範囲で形成されることが予測されている。このような状況は、互いに逆向きの流速を持つ円形の軸流とそれを取り囲む反流から構成される系でモデル化することが可能である。そこでは円筒形のシア域の存在により、軸対称あるいは非軸対称な擾乱が発生しうるが、湿潤対流中で形成される乱流の成因として、そのようなメカニズムを考えることが可能である。本研究では、そのような現象に着目し、線形の範囲に限定して「円形の軸流とそれを取り囲む反流から構成される系」の安定性を「固有値解析」から調査するとともに、発生する軸対称/非軸対称擾乱の「最適励起」の形を「特異値解析」より明らかにすることを試みた。

「密度一定」および「渦なし」の仮定の下、支配方程式として「Bernoulliの式」と「連続の式」を採用し、速度ポテンシャルを用いて記述した後、これらを一定流速 W を持つ軸流と反流とで構成される基本場の周りで線形化し連立させた。中心と無限遠方で速度ポテンシャルがゼロとなる「境界条件」と、円筒形のシア一部での「接続条件」を考慮すると、その円筒シア部の半径方向の変位 L に関する2階の常微分方程式が得られる。これを L とその導関数 L' を成分とするベクトル $X = (L, L')$ に関する1階の連立常微分方程式系へと整理し直したものを $(dX/dt = iJX)$ を「基本方程式」とした(t は時間、 J は 2×2 の正方行列)。

系の安定性は J の固有値を調べることで判明する。その一方、「基本方程式」を初期値問題として解き、 X とその初期値 X_0 を結びつける解核行列 M を導出した。これより、 M^*M および MM^* の固有ベクトルとして前方特異ベクトルと後方特異ベクトルを、またそれらの固有値の平方根として特異値を解析的に導出した(M^* は M の随伴行列)。なお、本事例では、「基本方程式」に現れる行列 J が非正規であるため、最適励起された「特異モード」は、最大成長率を持つ「固有モード」より大きい成長がみられた。

キーワード：特異値、特異ベクトル、最適励起、軸流

Keywords: singular value, singular vector, optimal excitation, axial flow