多孔質媒質中の乱流におけるk- ε モデルの解軌道 Solution Orbit for k and epsilon Model for Turbulent Flow in Porous Media

*鈴木 岳人¹ *Takehito Suzuki¹

1. 青山学院大学理工学部物理・数理学科

1. Department of Physics and Mathematics, Aoyama Gakuin University

断層岩のような多孔質媒質中における乱流は動的地震破壊過程に影響を与え、多くの研究者の関心を集めて きた。それを取り扱うモデルの中で、k-εモデルというものが幅広く用いられてきた。ここでkは乱流エネル ギーであり、εはkの単位時間当たりの散逸率である。しかしながら、それらの初期値が最終状態に与える影 響についての解析的取り扱いはなされていない。

1次元で均質な多孔質媒質を考え、等方的な乱れを考える。また流体の密度 ρ と空隙率 ϕ も一定であるとし、 ϕ kと ϕ ε の統計平均を以下ではk及び ε と書く。これらの仮定から、epsilon=c_k u_D k /\sqrt{K}で与えられるk- ε 相空間上の直線がkと ε の共通のヌルクラインになることに注意する。ここでc_kは正定数、u_Dは平均ダルシー速度、Kは透水係数である。このヌルクラインはSuzuki (2017)に見られるように線状のアトラクタかリペラーになる。なお、直線epsilon=0(k軸)も ε に対するヌルクラインになる。

解軌道の解析的表現はepsilon=epsilon₀ (k/k₀)^C₂と得られる。ここでC₂は定数でおよそ1.9である。この結 果を用いて、先の共通のヌルクラインepsilon=c_k u_D k/\sqrt{K}は解軌道のアトラクタであることが以下のよう に示される。まず領域Iというものを相空間上で0< epsilon < c_k u_D k/\sqrt{K}を満たす領域と定義する。同様 に領域IIをepsilon > c_k u_D k/\sqrt{K}>0を満たす領域とする。また点(k₀, epsilon₀)を通る解軌道がヌルクライ ンと交わる点を点 (k_r, epsilon_i)と定義する。ここでk₀, epsilon₀はそれぞれkと ε の初期値である。これらの定 義から、もし(k₀, epsilon₀)が領域Iにあればk₀f及びepsilon₀fが成り立つことが分かる。なぜならヌルクライン 上では ε がkに比例するのに対して、解軌道上では ε がk^C₂に比例しかつC₂>1だからである。同様に、もし(k₀, epsilon₀)が領域IIにあればk₀>k_f及びepsilon₀>epsilon_f を得る。次に、領域I(II)ではkとepsilonが時間と共 に増加(減少)することに注意する。これは\partial k/\partial tと\partial epsilon/\partial tが正(負)だか らである。従って、もし(k₀, epsilon₀)が領域I(II)にあるならば、解軌道は右上(左下)方向に動き、時刻無 限大でヌルクラインに吸収される。すなわちヌルクラインは(リペラーではなく)線状のアトラクタであるこ とが分かる。定常状態は(k, epsilon)=(k_r, epsilon₀)である。

流体のみの系に見られる通常の乱流においては、kとεは時刻無限大で消滅するが、上述の取り扱いはその 場合にも有効である。通常の乱流はKが無限大の極限で記述されることに注意する。このとき共通のヌルクラ インはk軸になり、領域Iが消滅する。ゆえに全ての解軌道が原点に吸収される。有限のKにより、多孔質媒質中 では定常状態においても乱流が存在できるのである。

キーワード:多孔質媒質、k-epsilonモデル、解軌道 Keywords: porous media, k-epsilon model, solution orbit