

複数種類のフェロモンを用いた cAS による制約充足問題の解法

A Cunning Ant System with Multi-Pheromones for Constraint Satisfaction Problems

増金拓弥 *¹

Takuya Masukane

水野一徳 *¹

Kazunori Mizuno

*¹ 拓殖大学工学部情報工学科

Department of Computer Science, Faculty of Engineering, Takushoku University

To solve hard constraint satisfaction problems, ant colony optimization, ACO, based meta-heuristics is proposed. However, ACO based algorithms should be sometimes ineffective because the algorithms have only single pheromone trail. In this paper, we propose an ACO based model with multiple pheromone trails. Each artificial ant constructs a candidate assignment by referring several pheromone trails to find solutions satisfying all constraints. We also implement the proposed model to the cunning ant system algorithm based on ACO. Then we evaluate the effectiveness of our proposed model for solving graph coloring problems.

1. はじめに

制約充足問題 (Constraint Satisfaction Problem: CSP) は、離散値をとるいくつかの変数について割り当て可能な値の組合せのうち、与えられた全ての制約を満たす組合せを探索によって発見する問題である。CSP は設計や計画問題などをはじめ、人工知能分野やパターン処理分野などの広い分野にわたって応用されている基盤的技術である。

CSP を解く際、網羅的に割り当てられる全ての値の組合せを調べることで、必ず解を見つけることはできる。しかし、問題のサイズが大きくなると、網羅的な探索では実行時間内に解を発見することは困難である。そこで近年では、そのような大規模な CSP を解くための手法として、山登り法などを基本アルゴリズムとした、反復改良型のアルゴリズムの研究が盛んに行なわれている。だがそれらのアルゴリズムには、局所最適解に陥りやすい、局所最適解に陥った際にそこから抜け出すのが難しいといった欠点がある。そのため、局所最適解に陥りづらい、もしくは、局所最適解に陥った際にそこから効率よく抜け出すための手法として、メタヒューリスティクスに注目が集まっている。

そのようなメタヒューリスティクスの 1 つに、蟻コロニー最適化というものがある。蟻コロニー最適化は、蟻のフェロモンコミュニケーションをモデル化したメタヒューリスティクスであり、巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem: TSP)、グラフ彩色問題 (Graph Coloring Problem: COL)、車両配送問題 (Vehicle Routing Problem: VRP) など多くの組合せ最適化問題や制約充足問題に有効な手法として取り入れられている [1, 2, 4, 5, 6]。

蟻コロニー最適化をもとにしたアルゴリズムはフェロモンをもとに解候補を生成するが、探索の過程次第では局所最適解に陥っているような状態になってしまう可能性があると考えられる。本研究では、そのような状態に陥ってしまうことを避けるために、解候補生成の指標となるフェロモンを複数種類用いるモデルを提案する。また、この提案モデルを従来の ACO アルゴリズムに適用し、提案モデルの有効性を実験的に示す。

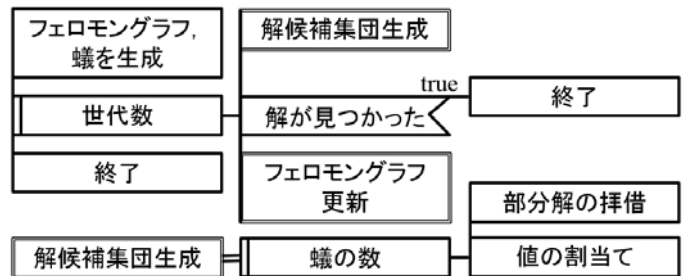


図 1: cAS のアルゴリズム

2. 研究分野の概要

2.1 グラフ彩色問題

グラフ彩色問題 (graph coloring problem: COL) は制約充足問題における基本的な問題である。そのため、アルゴリズムを評価するためのベンチマークとしてしばしば用いられる [10, 11, 13]。グラフ彩色問題における制約充足解は、無向グラフにおいて隣接する頂点同士が同じ色に彩色されていないような彩色パターンである。特に、全ての頂点を 3 色で塗り分ける問題を 3COL と呼ぶ。ここで、無向グラフの頂点数を n 、辺数を c とした際、制約密度 d を $d = c/n$ と定義する。3COL において、 $d = 2, 3 \sim 2.4$ の領域は相転移領域と呼ばれ、難しい問題が集中していることがわかっている [3, 8, 11]。

2.2 蟻コロニー最適化

蟻コロニー最適化 (Ant Colony Optimization: ACO) は、蟻の採餌行動をモデル化したメタヒューリスティクスである [6]。蟻は餌から巣まで戻る際、通った経路にフェロモンを落とす。餌から巣までの経路が長い場合、フェロモンが堆積するよりも早く蒸発してしまう。逆に短い経路であればフェロモンが堆積していく。つまり、餌から巣の距離が短く、蟻が巣まで戻るのに適した経路が残っていく。このような過程が最適化手法として用いられている。

連絡先: 増金拓弥, 拓殖大学工学部情報工学科,
東京都八王子市館町 815-1,
042-665-0519, phsl.masukane@gmail.com

2.3 カニングアントシステム

カニングアントシステム (cunning Ant System: cAS) は, ACO をもとにした探索アルゴリズムの 1 つである [14]. 図 1 に cAS のアルゴリズムを示す. cAS を含む ACO アルゴリズムは, 各世代の各蟻が 1 つずつ解候補を持つことによる集団探索を行なう. ACO アルゴリズムの解候補生成は確率的に行なわれる. 任意の解候補 A における任意の変数 x_j に対して任意の値 v を割当てる確率 $p_A(< x_j, v >)$ は, 以下の式で与えられる.

$$p_A(< x_j, v >) = \frac{[\tau_A(< x_j, v >)]^\alpha [\eta_A(< x_j, v >)]^\beta}{\sum_{w \in D_j} [\tau_A(< x_j, w >)]^\alpha [\eta_A(< x_j, w >)]^\beta}, \quad (1)$$

$$\tau_A(< x_j, v >) = \sum_{< x_k, u > \in A} \tau(< x_k, u >, < x_j, v >),$$

$$\eta_A(< x_j, v >) = \frac{1}{1 + \text{conf}(\{< x_j, v >\} \cup A) - \text{conf}(A)},$$

ただし, $\tau(< x_k, u >, < x_j, v >)$ は “値 u を割り当てた変数 x_k ” と “値 v を割り当てた変数 x_j ” 間に溜まっているフェロモンの量を, $\text{conf}(A)$ は解候補 A の制約違反数をそれぞれ表している. また, α と β はそれぞれフェロモンと制約違反を重視する重みを表している. 全ての蟻が解候補を生成した後, フェロモングラフの更新を行なう. フェロモングラフにおけるフェロモン量 $\tau(< x_k, u >, < x_j, v >)$ の更新式を以下に示す.

$$\begin{aligned} \tau(< x_i, u >, < x_j, v >) \\ &= (1 - \rho) \times \tau(< x_i, u >, < x_j, v >) + \Delta\tau \\ \Delta\tau &= \begin{cases} \frac{1}{\text{conf}(A_{\text{best}})}, & (< x_i, u >, < x_j, v >) \in A_{\text{best}} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned}$$

ただし, ρ はフェロモンの蒸発率, A_{best} は集団内で最も評価の高い解候補を表している.

cAS の特徴は, 図 1 における “部分解の拝借” である. 多くの ACO アルゴリズムは, 各世代において前世代の解候補を全て破棄し, 初めから解候補を生成する. しかしこれでは, 前世代に生成された高品質な部分解を利用することができない. また, 全ての世代で解候補を初めから生成すると, 解候補生成に時間がかかってしまう. cAS では, 値の割当てを行なう前に, 前世代が生成した解候補の 1 部を拝借することで, 前述した ACO アルゴリズムの欠点を補っている. cAS の有効性は実験的に示されている [7, 12].

3. 提案手法

3.1 基本方針

cAS をはじめとする ACO を用いたアルゴリズムは, 探索が進んでいくにつれてフェロモングラフの状態が徐々に固定されていく傾向にある. 解候補はフェロモンに従って生成されるため, フェロモンの溜まり方次第では, 生成した解のほとんどが制約充足解になり得ないものになってしまい, 局所最適解に陥ってしまっているような状態になる可能性があると考えられる. このような欠点に対して本研究では, 解候補を構築する際の指標として “新たな別の要素” を取り入れる. より多くの指標を用いて解候補を生成することにより, 構築した解候補が局所最適解に陥ってしまっているような状態になることを避け, 制約充足解の発見率の向上を目的とする.

本研究ではこの “新たな別の要素” を, 従来のフェロモンとは異なるもう 1 つのフェロモンとする. これを “ネガティブ

フェロモン” と呼ぶこととする. ACO アルゴリズムにおける解候補の構築について, 従来のフェロモングラフが高い評価をもつ解への収束を助ける働きをするのに対して, ネガティブフェロモンのグラフには低い評価をもつ解からの発散を助ける働きをもたせる. そこで, ネガティブフェロモングラフは従来のフェロモングラフとは対照的に, 生成された解候補集団の中で最も評価の低い解候補を用いて更新されるものとする. 本研究の基本方針は以下の 3 点である.

- 従来のフェロモングラフに加え, ネガティブフェロモングラフを生成する.
- 各蟻はこれらの 2 種類のフェロモンと制約違反数をもとに, 確率的に解候補を生成する.
- 各世代の最後に, 集団内の最も評価が高かった解を用いて従来のフェロモングラフを, 最も評価が低かった解を用いてネガティブフェロモングラフをそれぞれ更新する.

3.2 アルゴリズム

本研究で提案するモデルを cAS に適用したものを cASNEP (cAS with NEgative Pheromone) とする. cASNEP が cAS と異なる点は後述する 2 点であり, その他については全く同じアルゴリズムである.

1 つは値を割当てするための確率式である. 従来のフェロモングラフのみを参照する cAS における割当て確率の式 (1) とは異なり, cASNEP の値割当てには 2 つのフェロモングラフが参照され, その確率は以下の式 (2) で表される.

$$p_A(< x_j, v >) = \frac{\frac{[\tau_A(< x_j, v >)]^{\alpha_u} [\eta_A(< x_j, v >)]^{\beta}}{[N\tau_A(< x_j, v >)]^{\alpha_n}}}{\sum_{w \in D} \frac{[\tau_A(< x_j, w >)]^{\alpha_u} [\eta_A(< x_j, w >)]^{\beta}}{[N\tau_A(< x_j, w >)]^{\alpha_n}}}, \quad (2)$$

$$N\tau_A(< x_j, v >) = \sum_{< x_k, u > \in A} N\tau(< x_k, u >, < x_j, v >),$$

ただし, $N\tau(< x_k, u >, < x_j, v >)$ は “値 u を割り当てた変数 x_k ” と “値 v を割り当てた変数 x_j ” 間に溜まっているネガティブフェロモンの量を表している. また, α_u と α_n はそれぞれ通常のフェロモングラフとネガティブフェロモングラフを参照する際の重みを表している.

もう 1 つは, ネガティブフェロモングラフの更新である. cASNEP では, 従来のフェロモングラフを更新する処理とは別に, ネガティブフェロモングラフを更新する処理を行なう. 以下に cASNEP におけるネガティブフェロモングラフの更新式を示す.

$$\begin{aligned} N\tau(< x_i, u >, < x_j, v >) \\ &= (1 - \rho) \times N\tau(< x_i, u >, < x_j, v >) + \Delta N\tau \\ \Delta N\tau &= \begin{cases} \text{conf}(A_{\text{worst}}), & (< x_i, u >, < x_j, v >) \in A_{\text{worst}} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned}$$

ただし, A_{worst} は解候補集団内で最も評価の低い解候補を表している. 従来のフェロモングラフの更新と比べると, 解候補集団の中から最も評価が低い解を用いることの他に, “フェロモンの蓄積量” が異なっている. 従来のフェロモンの蓄積量が解候補の制約違反数の逆数であったのに対して, ネガティブフェロモンの蓄積量は解候補の制約違反数そのものとする. これは, 制約違反数が多い解候補生成を避けるためのネガティブフェロモングラフにおいて, 制約違反数が多い解候補ほど参考とする価値が高いためである.

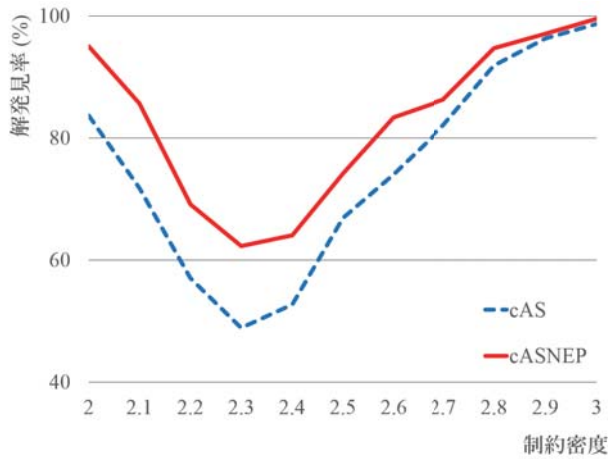


図 2: 世代数 2000 における制約充足解の発見率

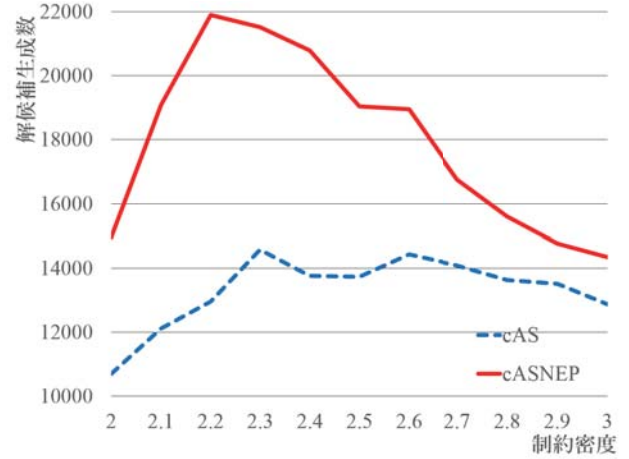


図 4: 世代数 2000 における解候補の生成数

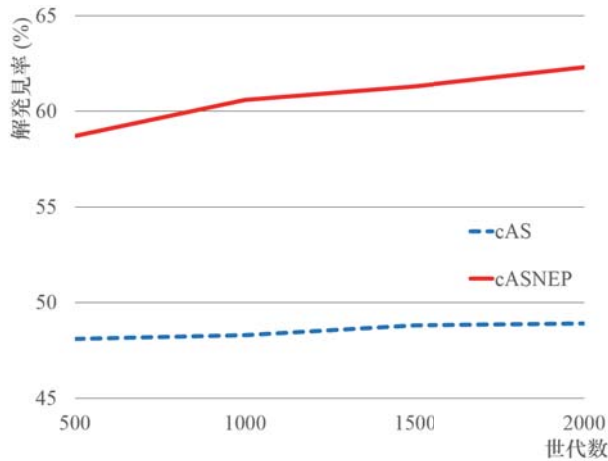
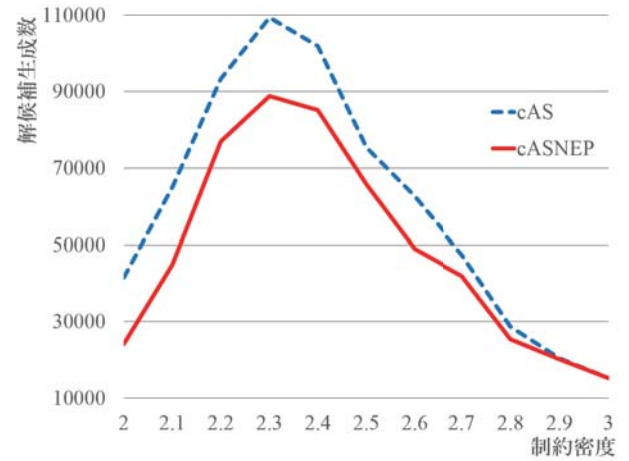
図 3: $\rho = 2.3$ における制約充足解の発見率

図 5: 世代数 2000 における，探索失敗時も考慮した解候補の生成数

4. 評価実験

4.1 実験条件

本手法の性能を評価するために実験を試みた．ここでは頂点数 $n = 100$ である 3COL を，制約密度 $d = 2.0 \sim 3.0$ の範囲で 0.1 毎に 11 のケースに対して，それぞれランダムに 100 問生成した．ここで生成した問題は全て解が存在する．生成した各問題について，それぞれ 10 回ずつ試行を行なった．本実験のパラメータは，蟻の数を 100，蟻の最大世代数を 2000，フェロモンの重み $\alpha = \alpha_u = \alpha_n = 5.0$ ，制約違反の重み $\beta = 10.0$ ，フェロモンの蒸発率 $\rho = 1\%$ とした．また，比較する手法は cAS と cASNEP の 2 つである．これらの手法について，制約充足解の発見率と，制約充足解を発見できた場合において制約充足解を発見するまでに生成した解候補の数を比較した．

なお，実験には PC/AT 互換機（CPU: Intel Core i7 880 3.07GHz, RAM: 4GByte）を使用し，プログラムはすべて Java 言語で記述した．

4.2 実験結果と考察

実験結果を図 2～図 5 に示す．図 2 は，生成した問題の制約密度ごとの制約充足解の発見率を表したものである．実験

結果より相転移領域 ($d = 2.3 \sim 2.4$) を含む全ての制約密度の問題について，提案手法である cASNEP の解発見率が従来手法の cAS を上回っている．特に，相転移領域周辺において cASNEP と cAS の解発見率の差は 10% 以上であり，ネガティブフェロモンを導入したことによるそれぞれの制約密度における解発見率の上昇量が最大となっている．また，図 3 は，制約密度 $\rho = 2.3$ における制約充足解の発見率を表したものである．横軸は解を発見するまでにかかった世代数である．図 3 より従来手法である cAS は，解候補を多く生成しても解の発見にはほとんどつながらない．しかし，提案手法の cASNEP は解候補の生成に対して，わずかながらも制約充足解発見率の上昇が見られる．これらのことから，ネガティブフェロモンの導入が相転移領域周辺の難しい問題を解く際，制約充足解の発見率向上に寄与できる可能性があるといえる．よって，制約充足解発見率の向上という本研究の目的を達成できたのではないかと考えられる．

次に，図 4 は，制約充足解を発見できた試行について，解を発見するまでに生成した解候補数の平均を表したものである．横軸は制約密度である．実験結果より全ての制約密度にお

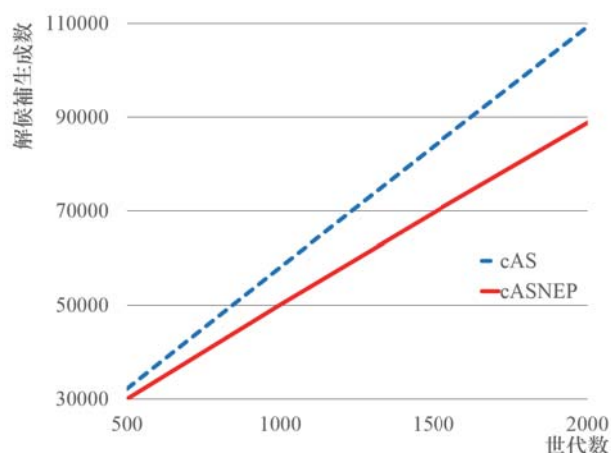


図 6: $\rho = 2.3$ における, 探索失敗時も考慮した解候補の生成数

いて, 制約充足解を発見するまでに, cASNEP の方が cAS よりも平均的に多く解候補を生成していることがわかる。つまり, 平均的には cASNEP の方が解を見つけるまでに時間がかかっているということになる。しかしこれは, “解が発見できた試行における” 解候補の平均生成数を表したものである。平均生成数が増加したということは, cAS が解けなかった問題を, cASNEP が比較的多くの解候補を生成することで解けたということである可能性がある。

最後に, 図 5 と図 6 は, 試行全体における解候補平均生成数を表している。ただし, 制約充足解を発見できなかった試行については, 探索を終了させるまでの間に生成した解候補数を, その試行の解候補生成数とした。解を発見できなかった試行についても解候補生成数を与えるのは, ある試行において解を発見できなかった際の時間的なロスを表すためである。図 5 の横軸は制約密度を, 図 6 の横軸は世代数をそれぞれ表している。図 5 より, cASNEP の方が cAS より解候補の平均生成数が少ない。これは, cASNEP が cAS と比べて解発見率が高いことが起因していると考えられる。また図 6 より, 世代数が増すにつれて解候補の平均生成数の差は大きくなっている。これらのことから, 解を発見できない試行によって発生するロスも考慮すると, 解発見率の高い cASNEP において解発見に必要な解候補数が多いことはあまり問題ではないと考えられる。

5. おわりに

本研究では, 相転移領域周辺の難しい 3COL を解くために, 複数のフェロモングラフを用いる ACO モデルを提案した。本モデルは, 従来のフェロモングラフに加えて, 解候補集団内で最も評価が低い解候補を用いて更新されるネガティブフェロモングラフを解候補生成に用いるものである。この提案モデルと従来のモデルを実験的に比較し, 提案モデルの有効性を示した。今後の課題としては, 他のメタヒューリスティクスとの比較, 他の CSP への適用が挙げられる。

参考文献

[1] Bell, J. E. and McMullen, P. R.: Ant colony optimization techniques for the vehicle routing problem, *Advanced Engineering Informatics*, Vol. 18(1), pp. 41–48 (2004).

[2] Bui, T. N., Nguyen, T. H., Petal, C. M. and Phan, K. T.: An ant-based algorithm for coloring graphs, *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 156, pp. 190–200 (2008).

[3] Cheeseman, P., Kanelfy, B. and Walsh, T.: Where the really hard problems are, *Proc. IJCAI'91*, pp. 331–337 (1991).

[4] Dorigo, M. and Di Caro, G.: The Ant Colony Optimization meta-heuristic, *New Ideas in Optimization*, pp. 11–32 (1996).

[5] Dorigo, M., et. al.: The Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents, *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics - Part B*, Vol. 26, pp. 26–41 (1996).

[6] Dorigo, M. and Di Caro, G.: The Ant Colony Optimization Meta-Heuristics, *New Ideas in Optimization*, pp. 11–32 (1999).

[7] Hayakawa, D., Mizuno, K., Sasaki, H. and Nishihara, S.: Solving Constraint Satisfaction Problems by A Population Based Cunning Ant System, *The 2012 International Conf. on Technologies and Applications of Artificial Intelligence (TAAI2012)*, pp. 205–210 (2012).

[8] Hogg, T., Huberman, B. A. and Williams, C. P.: Phase transition and search problem, *Artificial Intelligence*, Vol. 81, pp. 1–16 (1996).

[9] Masukane, T. and Mizuno, K.: Ant Colony Optimization with Multi-Pheromones for Solving Constraint Satisfaction Problems, *The 2016 International Conf. on Technologies and Applications of Artificial Intelligence (TAAI2016)*, pp. 110–115 (2016).

[10] Mizuno, K. and Nishihara, S., et. al.: Population migration: a meta-heuristics for stochastic approaches to constraint satisfaction problems, *Informatica*, Vol. 25, pp. 421–429 (2001).

[11] Mizuno, K. and Nishihara, S.: Constructive generation of very hard 3-colorability instances, *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 156(2), pp. 218–229 (2008).

[12] Mizuno, K., Hayakawa, D., Sasaki, H. and Nishihara, S.: Solving Constraint Satisfaction Problems by ACO with Cunning Ants, *The 2011 Conf. on Technologies and Applications of Artificial Intelligence (TAAI2011)* (2011).

[13] Tavarani-N, M. H. and Prugel-Bennett, A.: Anatomy of the fitness landscape for dense graph-colouring problem, *Swarm and Evolutionary Computation*, Vol. 22, pp. 47–65 (2015).

[14] Tsutsui, S.: cAS: Ant Colony Optimization with Cunning Ants, *Proc. of the 9th Int. Conf. on Parallel Problem Solving from Nature (PPSN IX)*, pp. 162–171 (2006).