

## ダイナミックアセスメントのための隠れマルコフIRTモデル

## Hidden Markov IRT model for dynamic assesment

堤瑛美子 \*1      宇都雅輝 \*2      植野真臣 \*2  
Emiko Tsutsumi      Masaki Uto      Maomi Ueno

\*1電気通信大学情報理工学部

Faculty of Informatics and Engineering, The University of Electro-Communications

\*2電気通信大学大学院情報理工学研究科

Graduate school of Informatics and Engineering, The University of Electro-Communications

To scaffold a learner efficiently, a teacher should predict the optimal degree of assistance to support the learner's development. Previous researches have proposed a dynamic assessment method to predict a learner's performances with a certain assistance by using Item response Theory (IRT). However, conventional IRT model does not take the learner's ability changes during learning into the model, therefore the IRT model might pause over-assistance or lack of help. To solve this problem, we propose a new IRT model that incorporate the learner's ability changes according to a Hidden Markov process. This proposed model has two new parameters: the degree of the ability changes and the number of tasks that the learner's ability value continues. This results show that the proposed model improves the prediction accuracy of the ability.

## 1. はじめに

近年、教育の現場では、教師は学習者に教えすぎても、教えなさすぎても学習者の十分な発達は見えないという問題が注目されており、学習者それぞれに適応した支援が必要であると考えられている。ヴィゴツキーの「最近説発達領域」(ZPD; Zone of Proximal Development) Vygotsky [Vygotsky 62][Vygotsky 78] や Bruner, J の「足場がけ」[Bruner 96] の考え方に従えば、教師の重要な役割は、学習者の能力に応じて適度な支援を行い、学習者の発達を促すことである。そのためには、教師は学習者の能力を評価し、適切な支援を推定しなければならない。しかし、従来、学習者の能力評価や支援の度合いは教師の経験や勘によるものであり、学習者ごとに正確な支援を行うことは非常に困難であった。Brown や Ferrara(1985)[Brown 85], Collins ら (1989)[Collins 89] は、学習者の能力を客観的に評価するために、学習者の支援に段階的なヒントを用いることで、課題を達成するまでに利用したヒント数から学習者を評価するダイナミックアセスメントの手法を開発した。しかし、彼らのダイナミックアセスメントは、課題ごとの異なる特性が考慮されていないため、能力評価としての信頼性が低いという問題があった。

そこで、Ueno and Miyazawa (2017)[Ueno 17] は、課題ごとの特性を能力評価に反映させ、学習者の能力とヒントごとの学習者のパフォーマンスを予測するための項目反応理論 (IRT: Item Response Theory) を提案した。この研究によって、学習者に適応的に支援を与えるシステムが実現し、学習者の課題への予測成功確率が 0.5 になるように支援することが最適であることが示された。結果より、ヒント提示後の学習者の課題正答確率を精度高く予測することが重要であることがわかる。

しかし、従来の IRT モデルは、能力の変化の度合いが考慮されていないために、正確な能力測定値が推定されていない可能性が高い。信頼性の高い能力推定を行うためには、学習過程で学習者の真の能力値が変化することを考慮し、推定に用いる

データがある時点以前で忘却させる必要がある。しかし、データを忘却させることで、能力推定に用いられるデータ数が少なくなり、過学習が起こって、過大評価または過小評価されやすいというトレードオフの問題が生じてしまう。このトレードオフを解消するためには、学習者の能力変化の度合いと、ある時点での能力値が継続する時間 (課題数) を考慮したモデルが必要である。

本研究では、学習者のヒント提示後のパフォーマンスの予測精度を向上させるために、学習者の能力が学習過程において変化するプロセスを項目反応理論に組み込んだ新しいモデルを提案する。このモデルは、ある時点での能力値が影響する時間 (課題数) を表すウィンドウサイズと学習者の能力の変動の程度を反映する変動パラメータを持ち、これらの最適値がデータから推定されるために、トレードオフの問題を解決し、学習者の真の能力変化を反映できると期待される。

## 2. ダイナミックアセスメントのための項目反応理論

適切な足場がけを行うためには、学習者の能力を正確に把握し、各ヒントを提供した後の学習者のパフォーマンスを予測しなければならない。これまで、学習者の能力とヒントごとの学習者のパフォーマンスを予測するための項目反応モデルとして段階反応モデルが提案されてきた [Ueno 17]。以降は、この段階反応モデルを IRT (Item Response Theory) と略記する。

本章ではダイナミックアセスメントのための段階反応モデルについて説明する。段階反応モデルでは学習者  $j$  が課題  $i$  に対してヒント  $k$  で正答する確率  $P_{ijk}$  を次式で与える。

$$P_{ijk} = P_{ijk-1}^* - P_{ijk}^* \quad (1)$$

$$P_{ijk}^* = \frac{1}{1 + \exp(-a_i(\theta_j - b_{ik}))} \quad (2)$$

ただし、 $P_{ij0}^* = 1$ ,  $P_{ijK}^* = 0$  である。ここで、 $a_i$  は課題  $i$  の識別力を表すパラメータ、 $b_{ik}$  は課題  $i$  でヒント  $k$  が提示され

た時の難易度を表す困難度パラメータ,  $\theta_j$  は学習者  $j$  の能力値パラメータを表す. ただし,  $b_{j1} < \dots < b_{jk} < \dots < b_{jK-1}$  である. 項目パラメータ  $a_i, b_{ik}$  はヒントを1つずつ提示した場合の学習データから、あらかじめ推定した値を利用する. 問題終了時に項目反応理論に基づいて学習者の能力値を推定する.

### 3. 隠れマルコフ IRT モデル

本研究では, ダイナミックアセスメントのための新しい IRT モデルを提案する. 段階反応モデルにおいて, 従来では固定されていた学習者  $j$  の能力値  $\theta_j$  を時系列で変化させ, ある時点  $t$  の能力値  $\theta_{jt}$  が, 一つ前の時点  $t-1$  での能力値  $\theta_{j,t-1}$  に依存する隠れマルコフモデルを IRT に組み込んだ隠れマルコフ IRT モデルを提案する. 通常, 隠れマルコフモデルの隠れ変数は離散値で扱われるが, 提案モデルでは能力値を隠れ変数とするため, 連続値で扱う.

従来の IRT モデルと隠れマルコフ IRT モデルのグラフィカルモデルを図 1, 図 2 に示す. 従来の IRT モデルは学習過程が一つの能力値  $\theta_j$  に依存する. 一方, 隠れマルコフ IRT モデルは, 学習過程 (課題) が進むごとに, 学習者の能力値  $\theta_{jt}$  が直前の  $\theta_{j,t-1}$  に依存して確率的に変化していくモデルである. このとき, 能力値  $\theta_{jt}$  の変動パラメータ  $\delta$  を設定することで,  $\theta_j$  の変動を制限する.

能力値  $\theta_{jt}(t = 1, \dots, I-L)$  の変動モデルには, 音声認識や画像認識の分野でパラメータ推定の手法に用いられるスライディングウィンドウ方式 [Ortiz 11] を用いる. この方法によって, 学習者が取り組んだ直近の  $L$  個の課題以前の学習データを忘却した能力推定が可能となる.

提案モデルでは時点  $t$  において学習者  $j$  が課題  $i$  にヒント  $k$  で正答する確率  $P_{ijtk}$  を次式で表す.

$$P_{ijtk} = P_{ijtk}^* - P_{ijtk-1}^* \quad (3)$$

$$P_{ijtk}^* = \frac{1}{(1 + \exp(-a_i(\theta_{jt} - b_{ik})))} \quad (4)$$

$a_i$  は課題  $i$  の識別力パラメータ,  $b_{ik}$  は課題  $i$  のヒント  $k$  での難易度パラメータ,  $\theta_{jt}$  は時点  $t$  での学習者  $j$  の能力パラメータを表す. ただし,

$$\theta_{jt} \sim N(\theta_{j,t-1}, \delta), \quad \theta_{j0} \sim N(0, 1) \quad (5)$$

ここで,  $N(\mu, \sigma)$  は平均  $\mu$ , 標準偏差  $\sigma$  の正規分布を表す.  $\delta$  は時間経過による能力の変動の大きさを表すパラメータである. また, 提案モデルは, ウィンドウサイズ  $L$  を全課題数に一致させた場合には, 能力値が過去のデータを忘却せず時系列変化しないモデルとなるため, 従来の IRT モデルと同じモデルを表現することができる.

能力推定に利用する学習データ数と能力変化の推定精度のトレードオフの問題が解消するためには, 学習に合わせて最適なウィンドウサイズ  $L$  と変動パラメータ  $\delta$  の組み合わせを求める必要がある. ウィンドウサイズ  $L$  と変動パラメータ  $\delta$  の関係は以下の通りである.

1.  $L$  と  $\delta$  が共に小さい

$\theta_{jt}$  が影響する課題数が少なく, 能力の変動もほぼ起こらないため, それまでの学習過程に関係なく,  $\theta_{jt}$  がほとんど変化しないモデル.

2.  $L$  が小さく  $\delta$  が大きい

直前の学習過程にのみ影響され, 能力値の変動幅が大きいため,  $\theta_{jt}$  の急激な変動が起こるモデル.

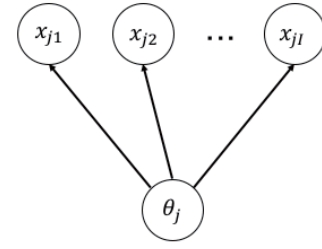


図 1: 従来の IRT モデル

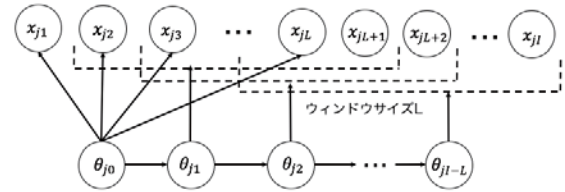


図 2: 隠れマルコフ IRT モデル

3.  $L$  と  $\delta$  が共に大きい

それまでの学習過程に強く影響を受け,  $\theta_{jt}$  が大きく変動するモデル.

4.  $L$  が大きく  $\delta$  が小さい

それまでの学習過程の影響を受けるが,  $\theta_{jt}$  の急激な変動を抑制するモデル.

次章で, 本モデルのパラメータ推定法について述べる.

### 4. 項目パラメータ推定

本研究では, 項目パラメータの推定にマルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC) 法を用いた期待事後確率推定 (Expected A Posteriori: EAP) を用いた. MCMC 法は事後分布からのランダムサンプルを用いてパラメータを推定する手法であり, 本研究のようにモデルが複雑な場合やデータ数が少ない場合にも高精度なパラメータ推定を実現できる [Uto 16].

ここで, 各パラメータの集合をそれぞれ  $\theta = \{\theta_{j0}, \dots, \theta_{j(I-L)}\}$ ,  $\mathbf{a} = \{a_1, \dots, a_I\}$ ,  $\mathbf{b} = \{b_{11}, \dots, b_{IK-1}\}$ , 各パラメータの事前分布をそれぞれ  $g(\theta_{jt}), g(a_i), g(b_{ik})$  と表し, 以下のように設定する.

$$\log a_i \sim N(0.1, 0.4)$$

$$\theta_{j0} \sim N(0.0, 1.0), \quad \theta_{jt} \sim N(\theta_{j,t-1}, \delta)$$

$$\mathbf{b}_i \sim MN(\mu, \Sigma), \quad \mu = \{-2.0, -1.0, 0.0, 1.0, 2.0\}$$

$$\Sigma = \text{diag}[0.16, 0.16, \dots, 0.16]$$

このとき, 反応データ  $\mathbf{X}$  を所与としたパラメータの事後分布は以下のように表せる.

$$\begin{aligned} p(\theta, \mathbf{a}, \mathbf{b} | \mathbf{X}) &\propto L(\mathbf{X} | \theta, \mathbf{a}, \mathbf{b})g(\mathbf{a})g(\mathbf{b})g(\theta) \\ &= \left[ \prod_{t=0}^{I-L} \prod_{i=t+1}^{L+t+1} \prod_{k=1}^K (P_{ijtk})^{z_{ijk}} \right] \\ &\quad \left[ \prod_{i=1}^I g(a_i) \prod_{k=1}^K g(b_{ik}) \right] \left[ \prod_{t=0}^{I-L} \prod_{j=1}^J g(\theta_{jt}) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

ここで,

$$z_{ijk} = \begin{cases} 1: & x_{ji} = k \\ 0: & \text{上記以外} \end{cases}$$

MCMC の手法のうち、ブロック化ギブス・サンプリング法とメトロポリスヘイスティングス法を組み合わせた手法 [Uto 16] でパラメータ推定を行った。

## 5. 評価実験

### 5.1 実験データ

プログラミング学習におけるトレース問題 7 項目についてプログラミング初学者の大学生 148 人の学習データを収集した。課題ごとのヒント数は全て 4 である。

### 5.2 ウィンドウサイズと変動パラメータの推定

提案モデルは、モデルごとに項目パラメータ  $a_i, b_{ik}$  と学習者の能力の変動を反映する変動パラメータ  $\delta$  の値が変化するため、実施するテストや学習ごとに最適なマルコフ多重度を求める必要がある。ここでは、ウィンドウサイズ  $L = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  と時間経過による学習者の能力値の変動幅  $\delta = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1.0\}$  の組み合わせを変えて周辺尤度 (Marginal Likelihood: ML) を求め、本実験で用いるデータに最適な  $L$  と  $\delta$  の組み合わせを求める。また、従来の IRT モデル ( $L=7$ ) での周辺尤度との比較も行った。

図 3 に  $L$  と  $\delta$  の組み合わせを変えた各モデルでの周辺尤度を示す。図 3 は、横軸が提案モデル ( $L = 1, \dots, L = 6$ ) と従来の IRT モデル ( $L=7$ )、縦軸が各条件での周辺尤度 (ML) の値を表し、周辺尤度の大きいモデルが反応データに対して最も適切なモデルであることを示す。

図 3 より、本実験で用いているデータには、 $L = 5, \delta = 0.1$  としたモデルが最も周辺尤度が大きく、従来の IRT モデルに比較して学習データへの当てはまりが良いモデルであることが示されている。提案モデル ( $L = 5, \delta = 0.1$ ) は、能力値が直前の 5 つの学習データに影響し、課題ごとの能力の変動が小さいモデルである。この組み合わせの提案モデルを用いることで、能力推定に利用する学習データ数と能力変化の推定精度のトレードオフの問題が解消し、より正確な学習者の能力変化をとらえた能力値推定が行われると期待できる。従来の IRT モデル ( $L = 7$ ) は能力値の変動がないモデルであるため、 $\delta$  の値に関係なく周辺尤度が比較的低い値となり、データの当てはまりが悪いことがわかった。

### 5.3 能力値 $\theta$ の推定

5.2 では、提案モデルが従来の IRT モデルに比較して学習データへの当てはまりが良いことを示した。ここでは、提案モデルと従来の IRT モデルで推定される能力推定値の差異について考察する。従来の IRT モデルと提案モデルを用いて、各課題  $n$  においてそれ以前の学習履歴データから、それぞれ期待事後 (Expected a posteriori: EAP) 推定法を用いて  $\hat{\theta}_j$  を推定する。

図 6 に、従来の IRT モデル、 $\delta = 0.1$  に固定したときの提案モデル ( $L = 5, L = 3, L = 1$ ) を用いた課題  $i = 2, \dots, 7$  での能力推定値の平均を示す。図 6 から、従来の IRT モデルは、課題ごとに  $\theta_{jt}$  が大きく上昇しており、初期の課題では推定値の変動が大きい。一方、提案モデルでは  $L$  の値が小さいほど  $\theta_{jt}$  の変動が小さく、推定能力値が少しずつ変化することが分かる。5.2 より、実験データに対して  $L = 5, \delta = 0.1$  の提案モデルが最も適切なモデルであるということは、学習者の真の能

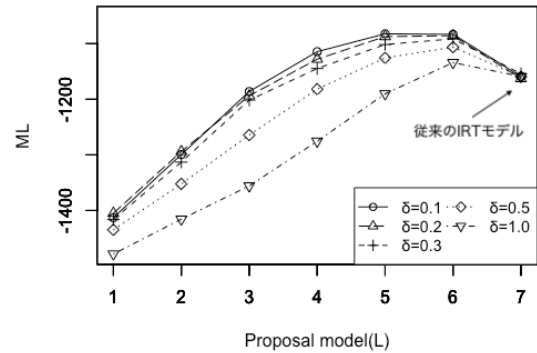


図 3: モデル ( $L$ ) と  $\delta$  ごとの周辺尤度比較

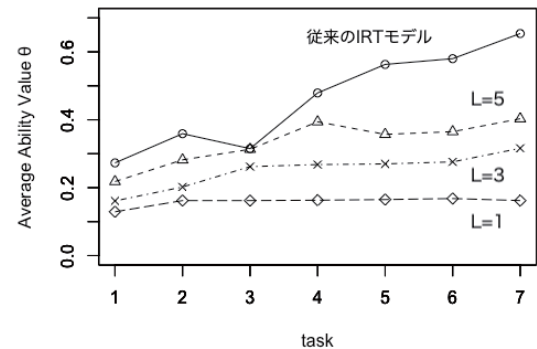


図 4: 学習者の能力値の推移

力値  $\theta$  は実際には、従来の IRT モデルで推定された能力値ほど増加していないと考えられる。このことから、従来の IRT モデルは能力値の時系列変化が考慮されていないために、能力推定値が真の能力値より過大評価されることが分かる。

### 5.4 予測利用ヒント数の精度

学習者のために適切な足場かけを行うためには、学習者にヒントを与えた後のパフォーマンスを予測することが必要となる。ここでは、提案モデル ( $L = 5, \delta = 0.1$ ) と従来の IRT モデルでの学習者のパフォーマンスの予測精度を以下のように評価する。推定した能力値  $\theta_{jt}$  を用いて、次の課題で各ヒント  $k$  を与えた場合の正答確率を段階反応モデルで予測し、利用ヒント数の予測確率の情報を組み込んだ期待値を求めた。課題  $i$  での学習者の予測利用ヒント数の期待値  $\hat{x}_i$  は (5) 式を用いて以下の式で求める。

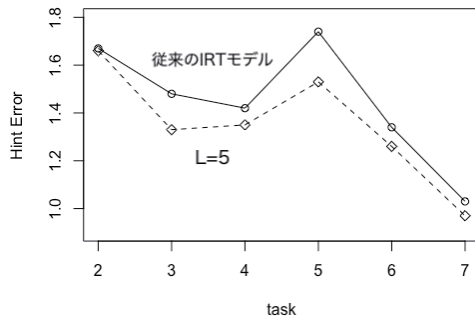
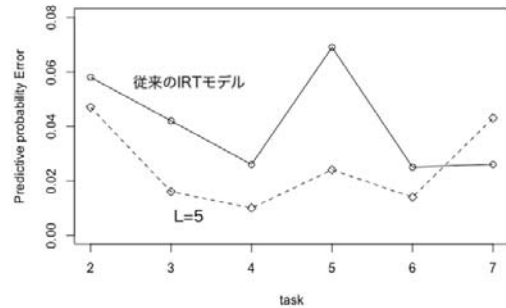
$$\hat{x}_i = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \hat{x}_{ji} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sum_{k=0}^{K-1} k P_{ijtk} \quad (7)$$

さらに、課題、学習者ごとに予測利用ヒント数の期待値  $\hat{x}_{ji}$  と実際に利用されたヒント数  $x_{ji}$  との誤差  $\epsilon_i$  を以下の式で求めた。

$$\epsilon_i = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sqrt{(x_{ji} - \hat{x}_{ji})^2} \quad (8)$$

横軸を課題数、縦軸を予測利用ヒント数の誤差  $\epsilon_i$  として、提案モデル ( $L = 5, \delta = 0.1$ ) と従来の IRT モデルで求めた結果をグラフ図 5 に示す。利用ヒント数の予測は課題 2 から行った。図 5 より、提案モデル ( $L = 5, \delta = 0.1$ ) は従来の IRT モデルに対して、全ての課題で各ヒントでの予測正答確率の誤差



図 5: ヒントの予測利用数期待値の誤差  $\epsilon_i$ 図 6: 各課題のヒントでの予測反応確率の平均誤差  $\epsilon_i$ 

が減少している。有意水準 5%で片側検定の t 検定を行ったところ、 $t(5) = 3.31, p < .02$  であり、従来の IRT モデルと提案モデルの誤差の差は有意であった。このことから、提案モデルを用いることでより正確なパフォーマンス予測が行われることが分かる。

### 5.5 課題ごとの各ヒントでの正答確率の予測精度

植野ら [Ueno 17] によれば、学習者に予測正当確率が 0.5 となるようなヒントを与えることで最も学習効果が期待できる。そのため、各ヒントを提示した後の予測正答確率の精度が高いことが望ましい。この節では、従来の IRT モデルと提案モデル ( $L = 5, \delta = 0.1$ ) を用いて、どちらのモデルが予測正答確率の予測精度が高いかを比較する。課題ごとに学習者の各ヒントでの予測反応確率の平均を求め、実際の学習者の各ヒントでの正答割合との誤差  $\epsilon_i$  を比較した。

$$\epsilon_i = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K-1} \sqrt{\left( \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J z_{jik} - \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J P_{ijtk} \right)^2} \quad (9)$$

$z_{jik}$  は学習者  $j$  が課題  $i$  のヒント  $k$  で正答したとき  $z_{jik} = 1$  となり、誤答した場合は  $z_{jik} = 0$  となる。根号内の第一項は、課題  $i$  でヒント  $k$  を提示されたときに正答した学習者の割合を表す。第二項は、課題  $i$  での各学習者のヒント  $k$  での予測正答確率の平均値を表す。

図 6 は横軸が課題数、縦軸が予測反応確率の誤差  $\epsilon_i$  を表す。図 6 より、各ヒントの予測正答確率の誤差は、課題 7 を除いて従来の IRT モデルより提案モデルの方が小さく、予測精度が向上することが示されている。有意水準 5%での片側検定の t 検定では、 $t(5) = 5.65, p < .01$  となり、予測精度の差は有意であった。提案モデルによって各ヒントでの予測正答確率の精度を向上させることで、より学習者に最適なヒントを与えることが可能となる。

課題 7 では従来の IRT モデルが予測精度が上回る結果となっているが、表 1 の通り、課題 7 はほとんどの学習者がヒントを利用せず正答しているため、項目パラメータが正しく推定されず、ヒントの予測反応確率の誤差が大きくなったと考えられる。

表 1: 各課題におけるヒントなしで正解した学習者の割合

| 課題 $i$ | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 正答割合   | 70% | 48% | 42% | 40% | 66% | 69% | 89% |

## 6. むすび

本論文では、学習者の能力が学習過程において変化していくプロセスを項目反応理論に組み込んだ新しい隠れマルコフ IRT モデルを提案した。もっともデータによく当てはまった提案モデル ( $L = 5, \delta = 0.1$ ) を用いることで、従来の IRT モデルでの能力推定値の過剰評価を避けることが可能となり、予測利用ヒント数の誤差が減少し、学習者のパフォーマンスの予測精度が向上することを示した。

## 参考文献

- [Brown 85] A. Brown and R. Ferrara.: Diagnosing zones of proximal development, in Culture, communication, and cognition: Vygotskian perspectives, J. Wertsch, ed., pp.273- 305, Cambridge, England, Cambridge University Press(1985)
- [Bruner 96] J. Bruner.: The Culture of Education, Harvard University Press(1996)
- [Collins 89] A. Collins.: JS & Newman, SE(1989). Cognitive apprenticeship: teaching the craft of reading, writing and mathematics, Resnick, LB *Knowing, learning and instruction*, pp.453-494(1989)
- [Ortiz 11] J. Ortiz, A.G. Olaya and D. Borrajo.: A Dynamic Sliding Window Approach for Activity Recognition, *UMAP'11 Proceedings of the 19th international conference on User modeling, adaption, and personalization*, pp.219-230(2011)
- [Ueno 17] M. Ueno and Y. Miyazawa.: IRT-based adaptive hints to scaffold learning in programming, *IEEE Transactions on Learning Technologies*, Vol.14, No.8(2017)
- [Uto 16] M. Uto and M. Ueno.: Item Response Theory for Peer Assessment, *IEEE Transactions on Learning Technologies*, Vol.9, No.2, pp.157-170(2016)
- [Vygotsky 62] L.S. Vygotsky.: Thought and language, Harvard University Press(1962)
- [Vygotsky 78] L.S. Vygotsky.: Mind in society, Harvard University Press(1978)