The 32nd Annual Conference of the Japanese Society for Artificial Intelligence, 2018

剛体の集合としての身体：等長変換下の疎な点の対応づけ

Human body as a set of rigid units: finding correspondence between points of two sparse point-sets under distance-preserving transformation

鳥居拓馬 *1　日高昇平 *1
Takuma Torii　Shohei Hidaka

*1北陸先端科学技術大学院大学
Japan Advanced Institute of Science and Technology

Motion capture systems record a human body as a point cloud. Given two point clouds, how can we identify human body postures at different time frames? An idea for the question is identifying two sets of points by finding a correspondence between points of them. In this paper, we briefly review key problems and algortihms for finding a point-to-point correspondence of two sparse point-sets, especially each (loosely) representing a set of rigid units, under a distance-preserving transformation. Our review is originally motivated by the common problems, involved in using motion capure systems, of missing markers, label correction, and other pre/post-processings. By regarding human body as a set of rigid units, each units can be represented by a set of points that can move together (not exact but) almost independently of other units, in our short review, we pointed out that three key problems being intertwined (chicken-and-egg) make the original problem difficult. We also showed our apporach to two of the intertwined problems based on the invariance under distance-preserving transformations.

1. 身体運動の計測技術

近年では生体データの計測技術も発展し続けており，身体の実空間内の軌跡や，生理指標など，さまざまな生体データを高い時空間解像度でしかも複数センサ同時に入手できるようになってきた．これにより，人間が自らの身体を制御する技術（技能）に関しても，身体の運動を計測する技術の開発とともに，主観的な言葉で語る研究に加えて，運動の計測データとその分析結果で“語る”研究が進められている．

身体運動の生理データ・計測データにはいくつかの種類があるが，身体運動を研究するうえでまず着目するのは３次元実空間内での身体部位の軌道（軌跡）だろう．この実空間内の軌道は近年では光学式３次元モーションキャプチャを用いることで，高い時空間解像度で計測できるようになっている（ある製品は毎秒 240 コマ，有効数字１ミリ以下を保証とある）．光学式モーションキャプチャでは，被写体に赤外光を反射するマーカー（直径１センチ大の球状）を複数取り付け，そのマーカーを複数台の赤外線カメラで撮影し，複数のカメラの位置関係からマーカーの３次元座標を推定する．人体を被写体とする場合は，40 個程度のマーカーを身体表面に固定させ，そのマーカーの位置座標の集まりとして，人体を少数の点の疎な集まりとして記録する．通常，人体の骨格に基づき，人体を点と線で表現できるような場所にマーカーを配置する（例えば [Vicon Motion Systems 16]）．力を加えても変形しない物体を剛体というが，骨のような剛体的な単位に基づくことで，少数のマーカーで人体全身を表現できる *1．このように，光学式モーションキャプチャは被写体（人体）を複数の剛体の集合（複数の疎な点の集まりの集合）として近似的に表すようなマーカー配置を用いる．光学式の長所はその時空間解像度にある．一方で，光学式ならではの欠点もある．

原理的な欠点は，赤外線カメラの死角に入ったマーカーの位置は特定できず，欠損してしまう点である．赤外線カメラの死角は障害物などがカメラとマーカーの間にあるときに生じる（オクルージョン）．被写体たる身体そのものも障害物になりえるため，たとえば前屈を行うと腰や胸に付けたマーカーを見失うこと（欠損）がよくある．動作の種類によっては１秒（240 コマ）以上そのマーカーを見失ったままとなる．一度見失ったマーカーが数秒後に（前屈から起立に戻って）再度カメラに捕捉されたとき，「いったいそのマーカーは数秒前のどのマーカーだったのか」という問題が生じる．この種の問題は対応問題（correspondence problem）[Marr 82] と呼ばれる．実際には，対応問題（マーカーの同一性問題）は欠損値の有無に関わらずいつでも生じているが，微細な時間間隔などの仮定の下で緩和されてみえる．この問題を解決し損なうと，研究者の手にする時系列データ上では実際とは異なる２つのマーカーが同じ１つのマーカーだと混同して扱われてしまう．このようなデータは扱いづらく，人力で修正しない限り，少なくともその２つのマーカーは当然ながら分析に使えない．

記録されるデータの性質の観点から大きく分けて，被写体の剛体的な単位あたりで記録される点の数の少ない「疎」なデータと，記録される点の数の多い「密」なデータがある．光学式モーションキャプチャは被写体の３次元的な骨格を少数の点の疎な集まりとして記録する．他方，３Ｄスキャナは被写体にレーザーを照射し，被写体の３次元的な形状を膨大な数の点の密な集まりとして記録する．３Ｄスキャナでは撮影の度に被写体の表面上の適当な点が記録されるため，厳密に同じ点が別の時点の点の集合に含まれるとは限らない．運動の種類によるが，身体運動の計測に関しては，光学式モーションキャプチャのような身体表面上の決まった場所のマーカーを追跡できるほうが都合よいと思われる．

そこで，本稿で扱う問題は，疎な点の集まり（点集合）が２つ与えられたとき，２つの点集合の間で疎な点の対応づけを求めることで，それらの点集合が同一の被写体すなわち剛体の集まり（剛体集合）を表すものか否かを同定する問題である．人間がデータ（点集合や動画）を見れば，比較的容易にマーカー

連絡先: 北陸先端科学技術大学院大学
石川県能美市旭台 1-1
E-mail: {tak.torii,shhidaka}@jaist.ac.jp

*1 例えば，上腕を骨１本とみなすとき，端点を表す最低２個のマーカーで足りる．各剛体あたりを少数のマーカーで表すことは，マーカーの混同を避けるなどの利点もある．しかし，各剛体を表すマーカーが少なく，冗長性が少ないほど，いずれかのマーカーを記録し損ねたときにその剛体の欠損点を補完するのは難しくなる．

の正しい対応づけや剛体的なまとまりを検出できる（たとえば，バイオロジカルモーション）．しかし，これを計算機に全自動で行わせるのは実はそれほど容易ではない．とくに，生物個体が厳密に同じ身体をもたないことから，大規模な人型モデルのデータベースを検索するアプローチは根本的な解決にはならない．むしろ，人間が素朴に対応問題や同定問題を解決できるのはなぜかを問うことから，これらの問題へアプローチできないだろうか．本稿では，３次元実空間のマーカー（点）の対応問題，および剛体集合の同定問題を話題の中心に据え，その問題の構造と著者らの取り組みを紹介したい．

2.　剛体集合の同定問題

光学式モーションキャプチャを例にとって，被験者の身体に n 個のマーカーを付けてその位置を計測したとする．小さい誤差で欠損なく計測できれば，各時点で，n 個のマーカーに対応した３次元空間内の点（マーカーの位置）の集合 $\mathcal{A} = \{(x_i, y_i, z_i) : i = 1, \ldots, n\} \subset \mathbb{R}^3$ がえらえる．このとき，ある時点の各マーカーは別の時点のどのマーカーなのかを求める対応問題を解きたい．いま２つの任意の時点の点集合 $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ が与えられたとする．点集合 $\mathcal{A}$ の要素 $\boldsymbol{a}_i \in \mathcal{A}$ それぞれに対して重複なく１つの要素 $\boldsymbol{b}_j \in \mathcal{B}$ を割り当てる関数 $m(i) = j$ を対応づけという．可能な対応づけは全部で $n!$ 通りある．$n = 40$ でも約 8.16×10^{47} 通りあり，すべてを枚挙するのは現実的ではない．そこで，通常は被写体（被験者）の性質やユークリッド空間の性質，さらに計測機器の性質を活かし，効率的に対応づけを求める手法が開発されている．

光学式モーションキャプチャなど複数マーカーの位置（３次元座標）の集合の時系列に対して，ある時点のマーカーは次の時点のどのマーカーなのかを特定する問題はとくに追跡と呼ばれる．追跡では通常，２つの点集合 $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ をそれぞれ記録した時間の間隔が十分に短いことが仮定される（つまり，カメラの連写速度が十分早い）．微小時間ではマーカーの移動距離は十分小さいと想定できるので，$\boldsymbol{a}_i \in \mathcal{A}$ と $\boldsymbol{b}_j \in \mathcal{B}$ の間のユークリッド距離を $d_{i,j}$ と表すと，対応づけに含まれるペアの移動距離の総和，つまりコスト関数 $\gamma(m) = \sum_{i=1}^{n} d_{i,j=m(i)}$ を最小にするような対応づけ m を選ぶという方法が考えられる．これは $n \times 3$ 行列 $A = (\boldsymbol{a}_i)$ および $B = (\boldsymbol{b}_j)$ に対して，最小二乗誤差の意味で $PA \approx B$ となるような置換 $P \in \{0, 1\}^{n \times n}$（ただし各行各列の総和がすべて 1）を求める問題といえる．この方法は最近傍距離（一対一対応を保証しない）や線形和割当問題（一対一対応を保証する）を解くアルゴリズムで実装できる．しかし，この方法は「微小時間ではマーカーの移動距離は十分小さい」という仮定に依拠しており，２つの点集合を記録した時間の間隔が長い場合にはうまくいかない．

別の問題で，複数の３Ｄスキャナの写真（３Ｄ写真）の間で被写体の同一性を判定する問題は形状認識と呼ばれる [Kaick 11]．もっとも単純な問題では被写体はひとつの剛体（ここでは単一剛体と呼ぶ）である．単一剛体同士の間の形状認識は，もし２つの単一剛体 $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ が同じ形状なら，２つの単一剛体の間には点集合をうまく重ねるような回転（直交変換）R および並行移動 T が存在するという考えに基づく．これは $n \times 3$ 行列 $A = (\boldsymbol{a}_i)$ および $B = (\boldsymbol{b}_i)$ に対して，$AR + T = B$ となるような回転 $R \in \mathbb{R}^{3\times3}$ と移動 $T \in \mathbb{R}^{3\times1}$ を求める問題といえる．この回転と移動を求める問題は，前述の対応づけを求める問題と相互依存関係にある．すなわち，もし回転と移動が既知ならば対応づけは明らかであり，反対に，もし対応づけが既知ならば回転と移動は明らかである．しかし，どちらも未知なのでどちらも明らかではない．いわゆる，ニワトリとタマゴの関係である．計測データがノイズを含むなど実践的な状況に対して，最小二乗誤差の意味で最適な回転と移動を求めるアルゴリズムがある [Kabsch 76, Horn 87]．この最適回転と最近傍距離を反復的に求めて，単一剛体の点集合の間でペア毎の距離の合計を最小化する回転と移動（副産物として対応づけ）を求めるアルゴリズムがある [Basl 92]．しかし，この方法は「被写体は単一剛体である」という仮定に依拠しており，軟体や複数の剛体の集まりの場合には局所解に陥りやすい．とくに，人体などの被写体は複数の剛体の集まりとみなせるので，身体運動のデータへの直接的な応用は難しい．

そこで，３つ目の問題は複数の剛体（剛体集合）を表す点集合の間で点の対応づけを求める方法である．剛体集合は複数の剛体の集まりで，それぞれの剛体を表す点集合 $\mathcal{A}_i$ の和集合が全体の点集合 $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 \cup \cdots \cup \mathcal{A}_k$ となる．異なる部分集合は共通する点をもってもよい．ある剛体を表す点集合の部分集合 $\mathcal{A}'_i \subset \mathcal{A}_i$ もまた剛体を表すことから，ここでの問題はより正確にはできるだけ少ない k で（できるだけ大きな $\mathcal{A}_i$ で）全体の点集合 $\mathcal{A}$ を被覆するような部分集合 $\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_k$ を求める問題になる．たとえば，剛体集合としての人体の腕を { 肩,肘,手 } の３点集合で表したとすると，上腕 { 肩,肘 } と下腕 { 肘,手 } という２つの剛体の和集合で表現できる（肘はどちらの点集合にも含まれている）．３点集合の場合，可能な和集合表現は幾通りもあるなかで，人体の骨格を知る私たちにすればこの和集合表現はもっとも「意味のある」ものだと思われる．この部分集合を求める問題は，先述の点の対応づけを求める問題，さらに回転と移動を求める問題とも相互依存関係にある．ある点の部分集合が剛体を表すとわかるには点の対応づけや回転と移動がわからなければならない．そして，点の対応づけや回転と移動を求めるには，剛体的な部分集合がわからなければならない．計算機による剛体集合の形状認識は近年活発に研究されている．比較的新しい研究では３Ｄスキャナのデータような密な点集合に対して，点の重複ありの逐次的クラスタリング（各クラスタの点集合を剛体とみなす）を単一剛体の反復的アルゴリズム [Basl 92] と組み合わせることで，置換 P，回転 R と移動 T に加えて，部分剛体 $\{\mathcal{A}_i\}_{i=1,\ldots,k}$ を反復的に求める試みがある [Huang 08]．結果的に，被写体は複数の単一剛体の継ぎ接ぎとして近似される．この方法は「計測データは密な点集合を与える」場合を仮定することでクラスタリングの初期配置に最近傍距離を用いる．しかし，単一剛体の場合と同じく，光学式モーションキャプチャで記録されるような疎な点集合の場合にはこの仮定は使えない．

実用的には，上記３つの問題に加えて，欠損点（記録されなかったマーカーの位置）を推定する必要がある．欠損点の補完では「ある時点のどの点が別の時点で欠落したのか」あるいは「ある時点のどの欠損点が別の時点で出現したのか」といった問題を含む．一般には，それぞれの時点がそれぞれ異なる欠損点をもちうる．さらに，場合によっては，ある点（マーカー）とその近傍を含む点集団は１秒以上（240 コマ以上）欠損したままとなりえるなど，「微小時間」や「密な近傍」といった仮定は必ずしも有効ではない．たとえば，１つ欠損点があると，その点の近傍点の最近傍点が変わり，したがって点集合間の２点間の距離に基づく対応づけは誤る可能性が高くなる．

ここまで，疎な点集合で表された，剛体集合の同定問題を解きたいという動機から，疎あるいは密な点集合の間の点の対応づけを求める既存研究を見てきた．本稿では，剛体集合の同定問題に伴う３つの問題（対応づけ，回転と移動，部分集合）を述べた．これら３つの問題は，一部が完全ならば１つは解ける

のに，どれも完全でないのでどれも解けない，という相互依存関係（ニワトリとタマゴの関係）にあると著者らは分析する．ここに欠損点の問題が関わってくるが，上記３つの問題が解決できれば，その解決の度合に応じた曖昧さで，欠損点の補完も可能だと考えられる．実際に，人間に被写体を記録した点集合の動画を見せると，欠損点がどの辺りにくるかをある程度予測できるだろう．もちろん，欠損値が多い場合には人間でもできないほど難しいだろう．この３つの問題の解決はある意味ではヒトの認知の仕組みと密接に関係していると思われる．

3. 剛体の不変量に基づくアプローチ

著者らは，疎な点集合で表された剛体集合の同定問題に向けて，被写体が複数の剛体で近似できると想定し，剛体の不変量に基づくアプローチを進めている．本稿の剛体の定義は，ユークリッド空間におけるある点の集合が（単一の）剛体であるとは，その点集合がある種の変換に対して各点間の距離を保つことをいう．この種の変換を等長変換という．等長変換には回転，移動，鏡映がある．

ここでは，モーションキャプチャのように被写体に複数のマーカーを付け，そのマーカーの位置（相対位置）を集めた点集合で被写体を表す．被写体そのものかあるいはカメラ（視点）を動かすと，それに応じて点集合も変化する．記録された２つの時点の点集合を $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ とし，その行列表現を $A = (\boldsymbol{a}_i), B = (\boldsymbol{b}_j)$ とする．この段階では i と j は（利用者が期待するようには）対応づいていない．もし $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ がどちらも単一剛体の同一被写体で，欠損値なく，小さい計測誤差ならば，何らかの置換 P と回転 R と移動 T とによって，$PAR + T \approx B$ がなりたつ．ここで，通常は，置換は計測に伴う点の欠損やデータ保存上の問題で生じ，回転と移動は剛体そのものかあるいはカメラの動きを反映する．前述のように，この近似式は，もし回転と移動がわかれば置換がわかる，また，もし置換がわかれば回転と移動がわかる，という相互依存関係にあり，これらを同時に求める方法が模索されてきた [Kaick 11]（たとえば，[Basl 92, Huang 08]）．

著者らは，単一剛体を考えた場合に，２つの点集合（剛体）がどのような等長変換（回転と移動）で対応づけできるかを探す，変換に基づくアプローチに対し，等長変換で保存される距離行列すなわち，等長変換の不変量に基づくアプローチを検討している．この不変量に基づくアプローチでは等長変換（回転と移動）を陽に求めず，対応づけ（置換）のみを直接的に求めることで,「回転と移動」と「置換」の相互依存関係を克服しようとする．今回著者らの提案するアルゴリズムは以下である．

ある点集合の行列表現 A とそれを等長変換してえられた $B = PAR + T$ があるとする．いま置換 P，回転 R，移動 T を未知とし，これらを推定したい．$A = (\boldsymbol{a}_i)$ の要素 $\boldsymbol{a}_i, \boldsymbol{a}_j$ のユークリッド距離を d^A_{ij} と記す．距離 $d^A_{i1}, \ldots, d^A_{in}$ を要素とするベクトル $\boldsymbol{d}^A_i = (d^A_{i1}, \ldots, d^A_{in})^\top$ は（未知なる）等長変換（回転と移動）に対して不変である．したがって，A が単一剛体ならば，適切な置換 P によって，$\boldsymbol{d}^A_i = P\,\boldsymbol{d}^B_j$ なる要素 $\boldsymbol{b}_j$ が１つ以上ある．そこで，すべての i について $\boldsymbol{d}^A_i = P\,\boldsymbol{d}^B_j$ をみたす一対一の対応づけ，つまり置換 P を上記 $n \times n$ 個の等式すべてに整合的になるように求めれば，等長変換（回転 R と移動 T）を求めることなく置換 P を求めることができる．もし単一剛体ならば，少なくとも１つは上記 $n \times n$ 個の等式すべてに整合的な P がある．たとえば，A の３点が正三角形をなす場合，$B = PAR + T$ をみたす複数の P がありえる．実測データは通常ノイズを含むので，複数の置換 P が求まることは少ない．

この着想の下で置換 P を求めたいが，P は上記 $n \times n$ 個の等式すべてを充たす必要がある．さらに，実データに含まれるノイズに対処するため，上記の厳密な等式に代わり，何らかの誤差の下での近似的に $\boldsymbol{d}^A_i \approx P\,\boldsymbol{d}^B_j$ を求める必要がある．そこで著者らのアルゴリズムでは，一対一の対応づけを求める方法として線形和割当問題を入れ子にして解いた．このアルゴリズムでは，それぞれのペア $(i, j) \in \{1, \ldots, n\}^2$，について線形和割当問題の意味で最適な置換 $\hat{P}_{(ij)}$ とそのときの最小合計コスト $c_{ij} := \|\boldsymbol{d}^A_i - \hat{P}_{(ij)}\,\boldsymbol{d}^B_j\|$ を求める．次に，この最小合計コストから作った $n \times n$ 行列 $\boldsymbol{C} = (c_{ij})$ に対して再び線形和割当問題の意味で最適な置換 P を求める．この置換 P を最終的な対応づけとする．もし単一剛体でノイズなしならば，最小合計コスト $c_{ij} = 0$ となる置換 $\hat{P}_{(ij)}$ およびそのようなペア $(\boldsymbol{a}_i, \boldsymbol{b}_j)$ がある．そして，$\boldsymbol{C}$ は最小合計コストが 0 になるような置換 P を少なくとも１つもつ．著者らは，各線形和割当問題はハンガリアン法 [Kuhn 55] で解いた．著者らのアルゴリズムは計算時間 $O(n^3)$ のハンガリアン法を $n \times n + 1$ 回適用するので，計算時間 $O(n^5)$ である．ただし，入れ子になった $n \times n$ 回の適用は独立なので容易に並列化できる．著者らのように等長変換（不変量）に着想をえたものではないが，より一般的な特徴空間内の２つの点集合を考えたうえで，凹関数計画法あるいは整数２次計画法で定式化し，その問題を近似的に解く計算時間 $O(n^6)$ のアルゴリズムがある [Maciel 03, Berg 05]．彼らのアルゴリズムでは $O(n^4)$ のシンプレクス法を使うので計算時間が大きい．

3.1 数値実験

著者らの不変量に基づくアルゴリズムを単一剛体の場合に数値実験を行った．本稿では，比較対象として既存のアルゴリズム，[Basl 92] および [Leordeanu 05] と比較する．[Basl 92] は，最近傍距離に基づく対応づけと，最小二乗誤差の意味での最適な回転と移動を繰り返し求めるアルゴリズムである．[Leordeanu 05] は，ネットワーク分析に着想をえた方法で，一般的な特徴空間で全データ点 $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$ のペア毎の類似性関係をネットワークで表し，不可能なペアを排除する制約下でそのネットワークの定常遷移確率を求め，点 $\boldsymbol{a}_i \in \mathcal{A}$ から $\boldsymbol{b}_i \in \mathcal{B}$ 間の遷移確率の高いものから，対応づけ (i, j) を見いだす（どんな問題を解いているかは不明であるが，実践的にうまくいくと報告されている）．[Maciel 03, Berg 05] は前述のとおりである．以上これらのアルゴリズムは画像データや密な点集合を想定している．そこで，この数値実験の目的は，本稿の動機である疎な点集合の場合にその成績を評価することにある．著者らの本稿での目的は計算時間よりもまずは正しい対応づけを推定できるかにあるので，以下では正しい対応づけを推定できた割合（正答率）のみを比較する．

この数値実験では $n = 10$ 個の点からなる点集合の行列表現 $A \in [0, 1]^{n \times 3}$ をランダムに生成し，この A にランダムな回転 R^Δ を加え，さらに一様分布に従うノイズ $E \in [-\epsilon, +\epsilon]^{n \times 3}$ を加えたものを $B = AR^\Delta + E$ とした．ここで，$\epsilon = 0$ のときノイズなし，$\epsilon > 0$ が大きいほど B は A からランダムにずれる．また，R^Δ は行列 R のべき乗で，$\Delta = 0$ のとき回転なし，$\Delta > 0$ が大きいほど B は A から大きく回転する．以下で図に示された成績はランダムに生成した異なる A, B の 100 ペアに対する推定結果である．

図 1 は回転の大きさに関するパラメータ $\Delta \geq 0$ を変えたときに各アルゴリズムが正しい対応づけ，つまり置換 P を正確に求めた割合を示す．著者らのアルゴリズム（Proposed）は

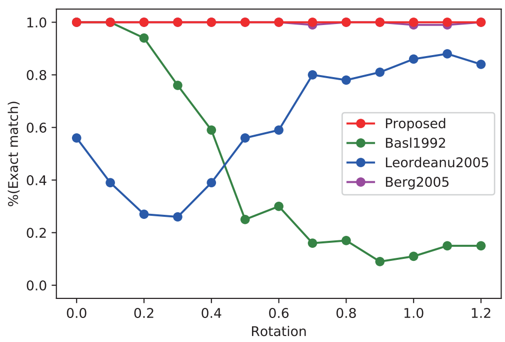

図 1: 回転の大きさ $\Delta \geq 0$ を変えたときの正答率

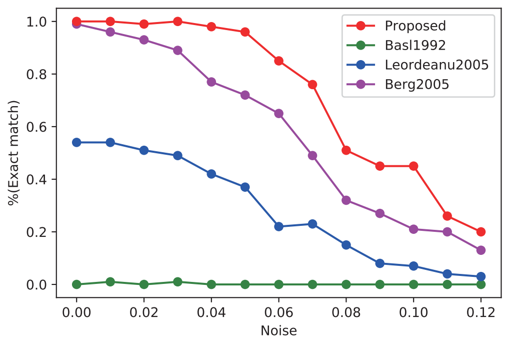

図 2: ノイズ $\epsilon \geq 0$ を変えたときの正答率（$\Delta = 1$）

回転の大きさによらず，常に 100% の割合で正しい対応づけを推定できた．また，図 2 は回転の大きさ $\Delta = 1$ を固定し，ノイズに関するパラメータ $\epsilon \geq 0$ を変えたときの結果を示す．図 2 から，4つのアルゴリズムの中では著者らのアルゴリズム（Proposed）はもっとも回転とノイズの混合に対し耐性をもつ．とくに，$\epsilon \leq 0.04$ まではほぼ 100% の割合で正しい対応づけを推定できた．

4. 議論

正しい置換が求まれば，相互依存関係が解消され，正しい回転と移動は既存のアルゴリズムで容易に求まる．また，置換が求まれば，対の存在しない点は欠損点だと期待できる．点集合が単一剛体であるとすると，その欠損点は他の記録された点からの相対距離から，あるいは回転と移動によってある程度の精度で補完することができる．ただし，現状では，両方の点集合に複数の欠損点がある場合や剛体集合の場合には誤った点を補うことがあり，補完の正しさを裏付ける基準などを開発していく必要がある．今後は，本稿のアルゴリズムの高速化や，剛体集合を剛体の部分集合群に分ける問題も含めて検討していく．

剛体集合の同定問題に伴う 3 つの相互依存問題の同時的解決は，単に光学式モーションキャプチャで記録したデータを分析するさいの前処理に留まらず，欠損値のあるデータを自動的に補完して分析できるように自動修復したり，さらに，各時点で運動中の身体がいくつの部分剛体とみなせるか，すなわち運動中の身体の分節化と自由度を自動検出するなど，身体運動の特徴づけにも応用できると考えられる．また，一般的な研究では 3 次元実空間の点集合に限らず，任意の特徴空間での対応問題に関心が向けられている（たとえば，2 D 写真のピクセルなど）．とくに，形状認識などの応用 [Huang 08, Kaick 11] では異なる身体（たとえば，人と竜）の間での対応づけ（人の手と竜の羽？）を求めれるかなど，模倣や類推にも通じる問題が（応用として）取り組まれている．著者らのアプローチは「剛体」という被写体の性質を使うものだが，模倣や類推など，剛体的な単位のあつまりとみなせそうな対象について，さらなる応用可能性を検討していきたい．

謝辞

本研究は科学研究費補助金 JP16H05860，JP17H06713 の助成を受けて行われた．

参考文献

[Basl 92] Basl, P. J. and McKay, N. D.: A method for registration of 3-D shapes, in *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 14, pp. 239–256 (1992)

[Berg 05] Berg, A. C., Berg, T. L., and Malik, J.: Shape matching and object recognition using low distortion correspondences, in *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Vol. 1, pp. 26–33 (2005)

[Horn 87] Horn, B. K.: Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions, *Journal of the Optical Society of America A*, Vol. 4, No. 4, pp. 629–642 (1987)

[Huang 08] Huang, Q.-X., Adams, B., Wicke, M., and Guibas, L. J.: Non-rigid registration under isometric deformations, *Computer Graphics Forum*, Vol. 27, No. 5, pp. 1449–1457 (2008)

[Kabsch 76] Kabsch, W.: A solution for the best rotation to relate two sets of vectors, *Acta Crystallographica*, Vol. A32, pp. 922–923 (1976)

[Kaick 11] Kaick, van O., Zhang, H., Hamarneh, G., and Cohen-Or, D.: A survey on shape correspondence, *Computer Graphics Forum*, Vol. 30, No. 6, pp. 1681–1707 (2011)

[Kuhn 55] Kuhn, H. W.: The Hungarian method for the assignment problem, *Naval Research Logistics*, Vol. 2, No. 1–2, pp. 83–97 (1955)

[Leordeanu 05] Leordeanu, M. and Hebert, M.: A spectral technique for correspondence problems using pairwise constraints, in *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*, Vol. 2, pp. 1482–1489 (2005)

[Maciel 03] Maciel, J. and Costeira, J. P.: A global solution to sparse correspondence problems, in *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 25, pp. 187–199 (2003)

[Marr 82] Marr, D.: *Vision*, Cambridge: MIT Press (1982)

[Vicon Motion Systems 16] Vicon Motion Systems, : Plug-in Gait Reference Guide, in *Vicon Nexus 2.5 Documentation*, pp. 1–95 (2016)