# エージェントの社会性を考慮したヘドニックゲーム 

Hedonic games considering agents sociality．

| 大田 一徳 $* 1$ | Nathanaël Barrot＊2 | 櫻井 祐子 $* 3$ | 横尾 真＊4 |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
| Kazunori Ota | Nathanaël Barrot | Yuko Sakurai | Makoto Yokoo |
| ＊ $1 * 4$ 九州大学 | $* 2 * 4$ 理化学研究所 | ＊3産業技術総合研究所 |  |
| Kyushu University | RIKEN | AIST |  |


#### Abstract

We study hedonic games when each agent considers other agents as friends，enemies，or neutrals．In hedonic games，each agent has her preference over all coalitions that she can join．In this paper，we propose hedonic games under friends appreciation by allowing an agent to take into account the number of neutrals in her coalition． We show that the existence of neutrals does affect the stability of coalition structures，even though the impact of neutrals on preference is so small as to be meaningless compared to the impact of friends and enemies．More specifically，when each agent prefers coalitions with more neutrals，we show that neither a core stable coalition structure nor an individual table coalition structure can exist．


## 1．序論

自律エージェントの集団に効率的に作業を実施させるため に，社会的に望ましい分割方法を決定する問題は提携構造形成問題と呼ばれ，マルチエージェントシステムの研究者らによっ て盛んに研究が行われている。ヘドニックゲームは提携構造形成問題の一種であり，各エージェントは自身が所属する可能性 がある提携に対してのみ選好を持つ場合を考えるゲームであ る［Dreze 80］．応用事例として，ソーシャルネットワークの分類，共同研究チーム形成等がある。

ヘドニックゲームでは，エージェント数の増加に伴って，各 エージェントが所属可能な提携数が指数関数的に増加するた め，エージェントの選好の記述量が課題となっている。そこ で，ゲームの簡潔記述法として，他のエージェントを友達／中立者（無関心な人）／敵対者に分類し，提携内の友達が多い方 が嬉しく，また，友達が同数の場合は敵対者が少ない方が嬉し いという比較方法に基づいて提携間の順序を決定する方法（友達優先方式）が提案されている［Ohta 17］．

本論文では，従来の友達優先方式では考慮されていなかっ た，各エージェントの社会性を導入することで新たなヘドニッ クゲームを提案する。より具体的には，提携内に友達が同数で あっても，中立者が多いか／少ないかによって選好が異なると いうエージェントの社会性を考慮する。

また，提携構造問題では決定された提携構造の安定性につい て議論が行われており，ヘドニックゲームにおいても様々な安定性の概念が存在し，研究が行われている。本論文では，中立者の影響は友達や敵対者の影響よりも十分に小さいにも関わら ず，新たなヘドニックゲームの下では，既存の友達優先方式で は保証されていた安定性が保証できなくなることを示す。

## 2．モデル

本章では，本論文で扱うモデルを説明する。まず，記法の定義を与える。

エージェント集合を $N, C \subseteq N, C \neq \emptyset$ を満たすエージェ

連絡先：大田一徳，九州大学大学院システム情報科学府，812－ 0395 福岡県福岡市西区元岡 744 番地，（092）802－3576， ota＠agent．inf．kyushu－u．ac．jp

ント集合 $C$ を提携，$N$ の分割 $\pi$ を提携構造とする。エージェ ント $i$ を含む提携の集合を $\mathcal{N}_{i}=\{C \subseteq N \mid i \in C\}$ ，提携構造 $\pi$ の要素のうち，エージェント $i$ を含む提携を $\pi(i)$ とする。任意のエージェント $i$ は $\mathcal{N}_{i}$ 上の選好関係 $\succeq_{i}$ を持つ。 $\succeq_{i}$ は， $i$ が属する全ての提携に対する好ましさを表現し，反射性，完備性，推移性を満たすものとする。 $P=\left(\succeq_{1}, \succeq_{2}, \ldots, \succeq_{n}\right)$ は全ての $i$ の選好の組を示し， $\mathcal{P}$ を全選好の組の集合とする。へ ドニックゲームは，エージェントの全体集合 $N$ と全てのエー ジェント $i \in N$ の選好の組 $P$ の組合せ $(N, P)$ で表現される。次に，本論文で議論する安定性を紹介する。

定義1（個人安定）ヘドニックゲーム $(N, P)$ と提携構造 $\pi$ を与える。 $j \in C$ に対して，$C \cup\{i\} \succ_{i} \pi(i)$ かつ $C \cup\{i\} \succeq_{j} C$ を満たすような，$i \in N$ かつ $C \in \pi \cup\{\emptyset\}$ が存在しないなら ば，提携構造 $\pi$ は個人安定性を満たすという。

定義2（ブロック）ヘドニックゲーム $(N, P)$ と提携構造 $\pi$ を与える。ある $C \subseteq N$ ，全ての $i \in C$ に対して，$C \succ_{i} \pi(i)$ なら ば $\pi$ は $C$ に強くブロックされるという。また，ある $C \subseteq N$ ，全ての $i \in C$ に対して $C \succeq_{i} \pi(i)$ かつ，少なくとも 1 人以上 の $j \in C$ に対して $C \succ_{j} \pi(j)$ ならば $\pi$ は $C$ にブロックされ るという。

定義3（コア安定性／強コア安定性）ヘドニックゲーム（ $N, P$ ） と提携構造 $\pi$ を与える。 $\pi$ が任意の $C$ に強くブロックされな いならば提携構造はコア安定性を満たすという。また，$\pi$ が任意の $C$ にブロックされないならば提携構造は強コア安定性を満たすという。

以下，エージェントの選好を定義する。エージェント $i$ に対し $\tau, F_{i}=F\left(\succeq_{i}\right)=\left\{j \in N \backslash\{i\} \mid\{i, j\} \succ_{i}\{i\}\right\}$ とする。エージ エント $i$ 自身は $F_{i}$ の要素とする．$j \in F_{i}$ である場合 $j$ は $i$ の友達とみなす。次に，$E_{i}=E\left(\succeq_{i}\right)=\left\{j \in N \backslash\{i\} \mid\{i\} \succ_{i}\{i, j\}\right\}$ とする．$j \in E_{i}$ である場合 $j$ は $i$ の敵対者とみなす。最後に， $\perp_{i}=N \backslash\left(F_{i} \cup E_{i}\right)$ とする。 $j \in \perp_{i}$ である場合 $j$ は $i$ の中立者 である．

定義4（社会性を考慮した友達優先方式）$P \in \mathcal{P}$ について，$i$ か つ全ての $C, C^{\prime} \in \mathcal{N}_{i}$ に対して $C \succeq_{i} C^{\prime}$ が成り立つとき，以下 の 3 つの条件のうちのいずれかが成り立つ $P$ の決定方式を社交


図 1：コア安定／個人安定な提携構造が存在しない社交的な エージェント間の選好関係

的な（内向的な）エージェント間での友達優先方式と呼ぶ。（1） $\left|C \cap F_{i}\right|>\left|C^{\prime} \cap F_{i}\right|, \quad$（2）．$\left|C \cap F_{i}\right|=\left|C^{\prime} \cap F_{i}\right| \wedge\left|C \cap E_{i}\right| \leq$ $\left|C^{\prime} \cap E_{i}\right|$ ，または（3）．$\left|C \cap F_{i}\right|=\left|C^{\prime} \cap F_{i}\right| \wedge\left|C \cap E_{i}\right|=$ $\left|C^{\prime} \cap E_{i}\right| \wedge\left|C \cap \perp_{i}\right|>\left|C^{\prime} \cap \perp_{i}\right|\left(\left|C \cap \perp_{i}\right|<\left|C^{\prime} \cap \perp_{i}\right|\right)$

本論文では，ゲームを有向グラフ $G_{F \perp}=\left(V, A_{F} \cup A_{\perp}\right)$ で表現する．頂点の集合を $V=N$ とし，有向辺の集合を $A_{F}=\left\{(i, j) \in N \times N \mid i \neq j, j \in F_{i}\right\}, A_{\perp}=\{(i, j) \in$ $\left.N \times N \mid i \neq j, j \in \perp_{i}\right\}$, とする。友達への有向辺を $F$ ，中立者 への有向辺を $\perp$ とする。

## 3．社交的なエージェントの場合

本章では，エージェントの社交性を考慮することで既存モデ ルでは保証されていた安定性が保証できなくなることを示す。

定理1 エージェントが社交的な場合の友達優先方式では，コ ア安定な提携構造が常に得られることを保証しない。

証明 $N=\left\{1,2,3,4,5,5^{\prime}\right\}$ とする．$i \in\{1,2,3\}$ について，$i$ は $i+1$ を友達とみなし，$i+1$ は $i$ を中立者とみなす。 $4,5,5^{\prime}$ はお互いを中立者とみなす。 $5,5^{\prime}$ は 1 を友達とみなし， 1 は $5,5^{\prime}$ を中立者とみなす。他の選好関係は敵対者とする。

提携構造 $\pi$ がコア安定であると仮定して矛盾を導く。（1）． 5 と 5 ＇が別の提携に属する場合（2）．5 と 5 ＇が同じ提携に属する場合に場合分けを行う。まず， 5 と $5^{\prime}$ が分かれている場合に， 5 が属す可能性のある提携は $\{5\},\{1,5\},\{4,5\}$ の 3 通りで ある。選好関係は対称的なので， $5^{\prime}$ が属す可能性のある提携 も上記の 3 パターンである．しかし，この全ての組合せにおい て $\{4,5,5$＇$\}$ がブロッキングコアリションとなる．よってコア安定な提携構造は存在しない。次に（2）のケースでコアを満た す $\pi$ は存在しないことを示す。 5 と 5 ＇は同じ提携に属し，他 のエージェントへの選好関係も同一であるため，単独提携とみ なす． 3 エージェント以上が同じ提携に属す場合，そのうち少 なくとも 1 エージェントは友達が 0 人で敵対者が 1 人いる状態となるため，単独提携へ逸脱を起こす。よってコア安定な $\pi$ は存在しない。次に， 2 エージェント， 2 エージェント，単独提携と提携を組む場合を考える。この場合， $1(2,3,4)$ が単独提携だった場合，$\left\{1,5,5^{\prime}\right\}(\{1,2\},\{2,3\},\{3,4\})$ がブロッ キングコアリションとなり，$\left\{5,5^{\prime}\right\}$ が単独提携だった場合は， $\left\{4,5,5^{\prime}\right\}$ がブロッキングコアリションとなる．従って，各エー ジェントの選好が図 1 によって表現される場合に，コアを満 たす $\pi$ は存在しない。

定理2エージェントが社交的な場合の友達優先方式では，個人安定な提携構造が常に得られることを保証しない。
証明 各エージェントの選好関係は定理1 で示した選好関係を用いる．提携構造 $\pi$ が個人安定であると仮定して矛盾を導く。

まず， 5 と $5^{\prime}$ が異なる提携に属す場合を考える。この場合， $\pi(4) \cap\{1,2\}=\emptyset$ でない場合は， 4 が単独提携へと逸脱を起 こす．また， 3 も同様に，$\pi(1)$ と同じ提携に属す場合， 3 が単独提携へと逸脱を起こす。もし， 1 が $\pi(2)$ が同じ提携に属さ ないならば，$\{1,5\},\left\{1,5^{\prime}\right\}$ ，または $\left\{1,5,5^{\prime}\right\}$ へと逸脱を起こ す。よって， 1 は $\pi(2)$ と同じ提携に属さなければならないた め，$\pi(1) \cap\left\{5,5^{\prime}\right\}=\emptyset$ が成り立つ。また， 5 または $5^{\prime}$ が単独提携へと逸脱を起こすため， 3 は $\pi(5)$ と同じ提携に属さない。 よって， 5 と $5^{\prime}$ はどちらも単独提携となるか，どちらか一方 が $\pi(4)$ と同じ提携に属す。もし， 5 と 5 ＇が単独提携だったな らば，$\left\{5,5^{\prime}\right\}$ へと逸脱を起こす。また，$\pi(4) \cap\left\{5,5^{\prime}\right\} \neq \emptyset$ の場合，$\{4,5,5\}$ へと逸脱を起こす。したがって， 5 と 5 ＇は同 じ提携に属す必要がある。この場合は，定理1と同様の議論 によって，個人安定の非存在性を示すことが可能である。

## 4．内向的なエージェント

本章では，内向的なエージェントのみが存在する場合におい て，強コア安定な提携構造が常に存在することを示す。
定理3（1）エージェントが内向的である場合の友達優先方式で は，強コア安定性を満たす提携構造の存在を常に保証し，（2） グラフ $G_{F}=\left(N, A_{F}\right)$ から強連結成分を取り出す操作によっ て，多項式時間で計算可能である。
紙幅の都合上，本証明は省くが，文献［Dimitrov 06］と同じ アイデアを用いることで証明が可能である。

## 5．結論

本論文では，エージェントの社会性を考慮した新たなへド ニックゲームを提案し，提携構造の安定性に関する議論を行っ た。今後の課題として，中立者が多い状況が望ましいとき，エー ジェント間の選好に対称性が存在する場合のコア安定／個人安定な提携構造の存在性の解析が挙げられる。

## 謝辞

本研究はJSPS 科研費（JP17H00761）の助成を受けたもの です．深く感謝致します。

## 参考文献

［Dimitrov 06］Dimitrov，D．，Borm，P．，Hendrickx，R．，and Sung，S．C．：Simple priorities and core stability in hedo－ nic games，Social Choice and Welfare，Vol．26，No．2，pp． 421－433（2006）
［Dreze 80］Dreze，J．H．and Greenberg，J．：Hedonic coali－ tions：Optimality and stability，Econometrica，pp．987－ 1003 （1980）
［Ohta 17］Ohta，K．，Barrot，N．，Ismaili，A．，Sakurai，Y．， and Yokoo，M．：Core stability in hedonic games among friends and enemies：impact of neutrals，in Proceedings of the 26th International Joint Conference on Artificial Intelligence（IJCAI）（2017）

