# 繰り返し貪欲組合せオークションを用いた利己的マルチエージェント経路計画 

Iterative Greedy Combinatorial Auction for Self Interested Multi－Agent Pathfinding

町田 真直

Manao Machida
日本電気株式会社
NEC Corporation


#### Abstract

This paper proposes an iterative greedy combinatorial auction（CA）mechanism for multi－agent pathfinding （MAPF）．MAPF algorithms assign agents non－conflicting paths that minimize a global cost（e．g．the sum of travel costs）．CA mechanisms allocate agents items that maximize social welfare．Recent works proposed two mechanisms that coordinate self－interested agents in MAPF：one is called iterative taxation framework（ITF），which is similar to the simultaneous ascending auction，and the other is an iterative CA mechanism，which guarantees to minimize the global cost．However，both methods have drawbacks：the former has no approximation guarantee，and the latter suffers from the fact that winner determination in the CA is computationally infeasible（NP－hard）．In this paper， the author propose two iterative greedy CA（IGCA）mechanisms for MAPF that are computationally efficient． The first mechanism provides square of the number of agents approximation．Second mechanism was shown，by numerical simulations，to give a lower cost than ITF．


## 1．はじめに

マルチエージェント経路計画問題（MAPF）はグラフとエー ジェントからなる。各エージェントは，それぞれのスタート ノードからゴールノードまで，他のエージェントと衝突する ことなく，グラフ上を移動する必要がある。MAPF の目的は， エージェント間で衝突がなく，コスト（例えば，各エージェン トの移動コストの合計）が最小である各エージェントの経路を解として得ることである。MAPF は，交通管制，ビデオゲー ム，配車ルートの決定等，様々な応用分野を持つ［Silver 2005， Standley 2010，Ryan 2010，Dresner 2008，Kiesel 2012］．

組合せオークションでは，各エージェントは複数の商品の組合せに対して入札を行う．組合せオークションの目的は，社会余剰を最大化する，エージェントへの商品の割当を行なうこと である．この社会余剰を最大化する商品の割当の決定は勝者決定問題と呼ばれ，NP 困難な問題であることが知られている。 このような計算困難性に対して，貪欲的な価格付けと勝者決定 を行なう，貣欲オークションというメカニズムが提案されてい る［Ito 2005，Yokoo 2003］．複数の商品の割当決定メカニズム としては，他にも，商品 1 つずつのみに入札を行う，同時競り上げオークションなどが存在する［Milgrom 1997］．

従来の MAPF では，各エージェントは協力的であり，解と して与えられた解の経路にしたがって移動することが仮定され ている．近年，この協力型の MAPF に対して，利己的なエー ジェント間でのMAPF の研究も行なわれている［Bnaya 2013， Amir 2015］．利己的なエージェント間のMAPF では，各エー ジェントが自身のコストだけを考えて経路を決定する状況で， いかにグローバルコストを最小化するかが問題となる。
［Bnaya 2013］は，ITF という，メディエーターが各エージェ ントのパスを予測し，コンフリクトが予想されるノードとエッ ジに税を掛けるメカニズムを提案している。さらに，ITFに より得られる MAPF の解をメカニズムを導入しない場合の解

連絡先：町田 真直，日本電気株式会社，〒 211－8666，神奈川県川崎市中原区下沼部 1753，044－435－5678，manao－ machida＠ap．jp．nec．com

と比較し，エージェントが税を払うコストを含めたとしても，全体のコストを小さく抑えることができることを示している。 しかしながら，ITF では解の近似保証はなされていない。
ITF における，メディエーターが各エージェントのパスを予測し，衝突の発生するノードとエッジに税を掛ける操作は， ノードとエッジを商品，税を商品の価格だと考えれば，需要に対して供給が上回る商品の価格を競り上げることに等しい。こ の意味で，ITF は同時競り上げオークションと非常に似たメ カニズムである。
［Amir 2015］は，競り上げ式組み合わせオークションを利己的エージェントの MAPF に適用するもので，各ラウンドで各 エージェントは支払額を考慮した自身の最適パスに対して入札を行い，オークショナーが勝者決定（パスの割当）とパスの価格の競り上げを行うことで，MAPF の最適解（各エージェ ントの経路コストの総和が最小の解）が得られるとしている。 ただし，各ラウンドでの勝者決定問題はNP困難である。
本稿では，各エージェントが利己的な状況において，繰り返 し貪欲組合せオークション（IGCA）を用いて MAPFを解く手法を提案する。提案手法においては，貪欲組合せオークショ ンを用いることにより，各ラウンドでの計算困難性を回避して いる。また，貪欲組合せオークションとして，2種類の価格付 け方法を用いる。本稿ではさらに，1 つ目の価格付け方法を用 いた IGCA が，各エージェントが他のエージェントのスター トノードとゴールノードを使用しないという問題設定におい て，エージェント数の二乗の近似保証をもつことを示す。また， 2 つ目の価格付け方法を用いた IGCA が，数値実験において， ITF よりコストを小さく抑えることができることを示す。

## 2．問題設定

MAPF は，グラフ $G=(V, E)$ とエージェントの集合 $K=$ $\{1, \ldots, k\}$ からなる．そのため，MAPF の問題 $M$ を，$M=$ $(G, K)$ で定義する．エージェント $i \in K$ はスタートノード $s_{i} \in V$ とゴールノード $g_{i} \in V$ を持つ．各エージェントは， 1 つのタイムステップに，現在のノードに留まるか，隣接する ノードに移動することができる。エージェント $i$ のパス $P_{i}$ を

以下で定義する。
定義1 パス $P_{i}$ は，エージェント $i$ が通る，ノードとそのタ イムステップの組と，エッジと 2 つのタイムステップの組の集合である。

つまり，エージェント $i$ がタイムステップ $n$ にノード $v \in V$ に存在し，エッジ $e \in E$ を通ってタイムステップ $n+1$ にノード $v^{\prime}$ に到着するとき，パス $P_{i}$ は，$(v, n),(e,(n, n+1)),\left(v^{\prime}, n+1\right)$ を要素としてもつ．また，一般的な MAPF では，エージェン トはゴールに到着後にもそのノードに留まる。そのため，タイ ムステップ $n$ にゴールに到着するパス $P_{i}$ は，任意のタイムス テップ $n^{\prime} \geq n$ について，$\left(g_{i}, n^{\prime}\right)$ を要素としてもつ無限集合で ある。定義より，エージェント $i, j$ がそれぞれパス $P_{i}, P_{j}$ にし たがって移動して衝突するとき，$P_{i} \cap P_{j} \neq \emptyset$ である。MAPF の解を，パスの集合 $\mathcal{P}=\left\{P_{1}, \ldots, P_{k}\right\}$ で表す。
本稿で扱う問題設定では，エージェントが利己的かつ，異 なるタイムステップコストを持つとする。エージェント $i$ の タイムステップコストを $w_{i}$ とする。ここで，タイムステップ コスト $w_{i}$ は，単位時間当たりの遅れに対するコスト増加を表 している。例えば，このコストを燃料費だとみれば，トラッ クが単位時間当たりに消費する燃料 $w_{\text {truck }}$ が，バイクが単位時間当たりに消費する燃料 $w_{\text {motorcycle }}$ の 2 倍であるならば， $w_{\text {truck }}=2 \cdot w_{\text {motorcycle }}$ と設定すればよい［Amir 2015］．

パス $P_{i}$ にしたがって移動したときのエージェントの移動コ ストは，ゴールに到着するまでのタイムステップ数を $n\left(P_{i}\right)$ と して，$w_{i} n\left(P_{i}\right)$ で与えられる。また，形式的には，

$$
n\left(P_{i}\right)=\min \left\{n: \forall n^{\prime} \geq n,\left(g_{i}, n^{\prime}\right) \in P_{i}\right\}
$$

である。
さらに，本稿ではエージェントのコストは準線形であると仮定する。つまり，パス $P_{i}$ にしたがって移動するために，金銭支払い $t$ が必要であるとき，パス $P_{i}$ にしたがうエージェント $i$ のコストは，

$$
w_{i} n\left(P_{i}\right)+t
$$

で与えられる．利己的なエージェントは，自身のコストを最小化することを目的として行動する。

## 3．提案メカニズム

本節では，ICGA メカニズムを用いて MAPF を解く手法を提案する。

## 3.1 貪欲組合せオークション

貪欲組合せオークションでは，商品の組合せの価格を，局所的な情報で決定する。［Yokoo 2003］では，次の価格付け方法 が提案されている．エージェント $i$ が商品の組合せ $B$ を購入 しょうとしたときの価格 $t_{i}(B)$ を，

$$
\begin{equation*}
t_{i}(B)=\max _{B_{j} \cap B \neq \emptyset, j \neq i} v_{j}\left(B_{j}\right) \tag{1}
\end{equation*}
$$

で与える．ただし，$v_{j}\left(B_{j}\right)$ は，エージェント $j$ にとっての商品の組合せ $B_{j}$ の価値を表す。

提案メカニズムの 1 つ目では，商品の組合せをパスと見な して，（1）を修正した，以下の貣欲的な価格付け方を用いる。

定義 2 （競合最大価格）すべての $j \in K$ についてエージェン ト $j$ がパス $P_{j}$ を価格 $t_{j}\left(P_{j}\right)$ で入札しているとする。このと

き，エージェント $i \in K$ がパス $P$ を得るための価格 $t_{i}(P)$ を，以下で与える。

$$
\begin{equation*}
t_{i}(P)=\max \left\{\max _{P \cap P_{j} \neq \emptyset, j \neq i} t_{j}\left(P_{j}\right)+\epsilon, t_{i}\left(P_{i}\right)\right\} \tag{2}
\end{equation*}
$$

ただし，$\epsilon>0$ である．
競合最大価格では，欲するパスと衝突を起こすパスの価格の中 で，最大のものより $\epsilon$ だけ高い値が欲するパスの価格となる。 $\epsilon$ は競り上げオークションにおける，最小の競り上げ幅に対応 する。ただし，既に入札しているパスがある際には，自らパス を変更したとしても，その価格は既に入札しているパスの価格以下にはならない。また，競合最大価格を用いるIGCA メカ ニズムを，本稿では M－IGCA メカニズムと呼ぶ。
さらに，提案メカニズムの 2 つ目では，以下の貪欲的な価格付け方を用いる。

定義3（競合合計価格）すべての $j \in K$ についてエージェン ト $j$ がパス $P_{j}$ を価格 $t_{j}\left(P_{j}\right)$ で入札しているとする。このと き，エージェント $i \in K$ がパス $P$ を得るための価格 $t_{i}(P)$ を，以下で与える。

$$
\begin{equation*}
t_{i}(P)=\sum_{P \cap P_{j} \neq \emptyset, j \neq i}\left(t_{j}\left(P_{j}\right)+\epsilon\right)+t_{i}\left(P_{i}\right) \tag{3}
\end{equation*}
$$

ただし，$\epsilon>0$ である．
競合合計価格では，欲するパスと衝突を起こすパスの価格に $\epsilon$ を足したものの合計に，自身の既に入札しているパスの価格を足したものが欲するパスの価格となる。また，競合合計価格を用いるIGCA メカニズムを，本稿ではS－IGCA メカニズムと呼ぶ。

## 3．2 M－IGCA メカニズム

M－IGCA メカニズムのプロトコルを以下に示す。
1．ラウンド $r \leftarrow 0$ ，価格集合 $t \leftarrow\{0, \ldots, 0\}$ ，パス集合 $\mathcal{P} \leftarrow\{\emptyset, \ldots, \emptyset\}, S \leftarrow K$ とする.

2．$r \leftarrow r+1, i \in \arg \max _{i \in S} t_{i}$ である 1 人のエージェント $i$ を選び，$S \leftarrow S \backslash\{i\}$ とする．

3．エージェント $i$ は，$w_{i} n(P)+t_{i}(P)$ が最小であるパス $P$ を申告する．すなわち，$P_{i} \leftarrow P, t_{i} \leftarrow t_{i}(P)$ ．

4．すべての $j \neq i$ について，$P_{j} \cap P_{i} \neq \emptyset$ ならば $P_{j} \leftarrow \emptyset$ ， $t_{j} \leftarrow 0$.

5．すべての $j \neq i$ について，$t_{j}<t_{i}$ ならば $S \leftarrow S \cup\{j\}$ ．
6．$S \neq \emptyset$ であれば $2 . へ$ ，そうでなければ，すべてのエー ジェント $i \in K$ が価格 $t_{i}$ を支払いパス $P_{i}$ を得て終了。

M－IGCA メカニズムでは，各ラウンドで 1 人のエージェン トのみ入札を行う。特に $\epsilon$ が十分に大きいとき，各エージェン トは自身より先に入札されたパスに競合するパスを申告する と，非常に高い価格を払う必要があるため，事前に申告された パスと競合しないパスを申告する。このような，順にパスを作 り，後にパスを作るエージェントは先に作られたパスを競合し ないパスを作る手法は， $\mathrm{CA}^{*}$ と呼ばれる［Silver 2005］．一方， $\epsilon$ が小さいとき，各エージェントは，他のエージェントが申告 する価格より $\epsilon$ だけ高い価格を申告することで，そのエージェ

ントのパスを無視してパスを作ることができる。また，その際，無視された競合パスを申告していたエージェントは，申告 が拒絶され，パスが割り当てられていない状況になる。

M－IGCA メカニズムの動作の概略を説明する。ラウンド $r, r+1$ におけるパス，価格を $\mathcal{P}^{r}, t^{r}, \mathcal{P}^{r+1}, t^{r+1}$ で表すとして， ラウンド $r$ においてエージェント $1,2,3$ がパス $P_{1}^{r}, P_{2}^{r}, P_{3}^{r} \neq \emptyset$ を持つとき，ラウンド $r+1$ でエージェントがパス $P_{1}^{r+1}$ を申告するとする。このとき，$P_{1}^{r+1} \cap P_{2}^{r} \neq \emptyset, P_{1}^{r+1} \cap P_{3}^{r}=\emptyset$ で あるならば，ラウンド $r+1$ での割り当てられるパスは，エー ジェント 1 は申告した $P_{1}^{r+1}$ ，エージェント 2 は申告を拒絶さ れ $P_{2}^{r+1}=\emptyset$ ，エージェント 3 は変わらず $P_{3}^{r+1}=P_{3}^{r}$ ，価格 は $t_{1}^{r+1}\left(P_{1}^{r+1}\right)=\max \left\{t^{r}\left(P_{2}^{r}\right)+\epsilon, t^{r}\left(P_{1}^{r}\right)\right\}, t_{2}^{r+1}\left(P_{2}^{r+1}\right)=0$ ， $t_{3}^{r+1}\left(P_{3}^{r+1}\right)=t^{r}\left(P_{3}^{r}\right)$ となる。 $t_{1}^{r+1}\left(P_{1}^{r+1}\right)>t_{3}^{r+1}\left(P_{3}^{r+1}\right)$ な らば，エージェント3は既にパスを割り当てられていたとし ても，再度パスを申告する機会を得る。これは，エージェント 1 の申告により，パスの申告に必要な価格が変更されたことに より，エージェント 3 はパスを変更することでコストを減少さ せることができる可能性があるためである。

M－IGCA メカニズムが有限回のラウンドで終了する十分条件は以下で与えられる。

定理1 問題 $M$ において，任意のパス作成順の $C A^{*}$ が解を得 ることができるならば，$M-I G C A$ メカニズムは有限回のラウ ンドで終了する。
［Čáp 2015］では， $\mathrm{CA}^{*}$ において，各エージェントは他のエー ジェントのスタートノードとゴールノードを通らないという条件下において，解が得られるどうか判断する手法を示して いる。他のエージェントのスタートノードとゴールノードを通 らないという条件は，利己的なエージェント間では自然な仮定 である。例えば，エージェントが車であれば，スタートノード は自身の駐車場等であり，通常他のエージェントの移動には使用されない。また，エージェントがドローンやヘリの場合，ス タートとゴールは地表にあり，移動中はエージェントは上空に位置するため，スタートノードとゴールノードは他のエージェ ントの移動には使用されない。
M－IGCA メカニズムの解を，パスの集合 $\mathcal{P}$ と価格の集合 $t$ の組で表す。M－IGCA メカニズムは以下の近似保証をもつ。

定理2 各エージェント $i \in K$ がすべての $j \neq i$ について $s_{j}, g_{j}$ を通過できない問題 $M$ において，$\epsilon>0$ が十分に小さいとき， $M-I G C A$ メカニズムの解 $(\mathcal{P}, t)$ は，最小コストパス $\mathcal{P}^{*}$ に対 して，

$$
\begin{equation*}
\sum_{P_{i} \in \mathcal{P}}\left\{w_{i} n\left(P_{i}\right)+t_{i}\left(P_{i}\right)\right\} \leq k^{2} \sum_{P_{i}^{*} \in \mathcal{P}^{*}} w_{i} n\left(P_{i}^{*}\right) \tag{4}
\end{equation*}
$$

を満たす。
この定理は，M－IGCA メカニズムの解における支払い価格を含めたエージェントのコストが，MAPF の解である最小の移動コストに対して，エージェント数の 2 乗の近似保証をもつこ とを示している。

### 3.3 S－IGCAメカニズム

S－IGCA メカニズムのプロトコルを以下に示す。
1．ラウンド $r \leftarrow 0$ ，価格集合 $t \leftarrow\{0, \ldots, 0\}$ ，パス集合 $\mathcal{P} \leftarrow\{\emptyset, \ldots, \emptyset\}, S \leftarrow K$ とする.

2．$r \leftarrow r+1, S$ から 1 人のエージェント $i$ を選び，$S \leftarrow$ $S \backslash\{i\}$ とする．

3．エージェント $i$ は，$w_{i} n(P)+t_{i}(P)$ が最小であるパス $P$ を申告する．すなわち，$P_{i} \leftarrow P, t_{i} \leftarrow t_{i}(P)$ ．

4．$j \neq i$ が存在して，$P_{j} \cap P_{i} \neq \emptyset$ ならば，$S \leftarrow K$
5．すべての $j \neq i$ について，$P_{j} \cap P_{i} \neq \emptyset$ ならば $P_{j} \leftarrow \emptyset$ ， $t_{j} \leftarrow 0$.

6．$S \neq \emptyset$ であれば 2. へ，そうでなければ，すべてのエー ジェント $i \in K$ が価格 $t_{i}$ を支払いパス $P_{i}$ を得て終了。

S－IGCA メカニズムは，M－IGCA メカニズムと異なり，パス の申告順は価格によらない。また，申告を拒絶されるエージェ ントが存在した場合には，今後のラウンドにおいて，すべての エージェントに再度パスの申告を行なう機会が与えられる。

## 4．数値実験

本節では，提案メカニズムを数値シミュレーションにおいて評価する．また， $\mathrm{CA}^{*}$ ，［Bnaya 2013］で提案されている ITF との比較を行なう。特に ITF については，各エージェントの挙動が同じ状況で比較を行なうために，（メディエーターの想定する）各エージェントが $A^{*}$ アルゴリズムにより得られた最短パスを一本だけ申告する， $\operatorname{EITF}(1)$ との比較を行なう。

MAPF の問題設定として， $20 \times 20$ グリッドのグラフ $G$ を考える。グラフ $G$ は，各グリッドをノードとして，上下左右 の 4 近傍のノードと隣接している。また，IGCA メカニズム は，すべてのシミュレーションで $\epsilon=0.1$ とした。

図1 は，タイムステップコストが各エージェントで同一な場合 $\left(w_{1}=\cdots=w_{k}=1\right)$ について，エージェント数が， 10，20，30，40のときの結果を示している．ただし，グラフの見易さのため，エージェント数 40 のときの M－IGCA メカニズ ムは省略した。

この結果は，任意の $i \in K, j \neq i$ について，$s_{i} \neq s_{j}, g_{i} \neq g_{j}$ であるよう，スタートノードとゴールノードはランダム生成し た， 1000 セットの問題のコストの平均である。ただし， $\mathrm{CA}^{*}$ で解が得られない場合，また，IGCA と ITF において 1 分以内で解が得られなかった場合は除いている。解が得られない ケースは，それぞれ，エージェント数 30 のときに M－IGCA で 1 回，エージェント数 40 のときに，CA＊で 2 回，ITF にお いて 2 回，M－IGCA で 4 回だった。
図 1 より，提案メカニズム S－IGCA では，CA＊，ITFと比較して，コストを小さく抑えられていることがわかる。特に， ITF と比較すると，移動コストには大きな違いはないが，金銭の支払いを小さく抑えられていることがわかる。一方で，提案メカニズム M－IGCA は，金銭の支払いコストが高く，コス トを小さく抑えることはできていない。

図 2 は，各エージェントに 1 から 10 までのタイムステップ コストをランダムに設定する場合について，エージェント数 が，10，20，30，40のときの結果を示している．図 1 の同様に， $20 \times 20$ グリッドのグラフ $G$ において，任意の $i \in K, j \neq i$ に ついて，$s_{i} \neq s_{j}, g_{i} \neq g_{j}$ であるよう，スタートノードとゴー ルノードはランダム生成した， 1000 セットの問題の平均であ る．各エージェントのタイムステップコストも，各問題ごとに ランダム生成している。また，ITF はエージェントごとのコス トの違いに対応していないメカニズムであるため，本設定にお いてシミュレーションは行なっていない。解が得られなかった問題数は，CA＊について，エージェント数 30 のときに 2 回， エージェント数 40 のときに 3 回だった。


図 1： $20 \times 20$ グリッド，$w_{1}=\cdots=w_{k}=1$ の場合


図 2： $20 \times 20$ グリッド，$w \in[1,10]^{k}$ の場合

図 2 より，各エージェントのタイムステップコストが異な る場合において，S－IGCA メカニズムでは，CA＊よりコスト を小さく抑えられていることがわかる。また，図1，図 2 にお ける S－IGCA メカニズムの，CA＊と比較したコストの減少率 は，それぞれ，エージェント数 10 のとき約 $2 \%$ ， 20 のとき約 $3 \%$ ， 30 のとき約 $6 \%$ ， 40 のとき約 $8 \%$ で，大きな違いはみ られなかった。

## 5．まとめ

本稿では，各エージェントが利己的な状況において，繰り返 し貪欲組合せオークションを用いて MAPF を解く手法を提案 した。競合するパスの最大価格に基づいて価格付けを行なう M－IGCA メカニズムが，各エージェントが他のエージェント のスタートノードとゴールノードを通過しないという問題設定 において，エージェント数の 2 乗の近似保証をもつことを示し た。また，競合するパスの価格の合計値に基づいて価格付けを行なう S－IGCA メカニズムが，数値シミュレーションにおい

て，ITF（EITF（1））よりコストを小さく抑えることができる ことを示した。今後の研究としては，S－IGCA メカニズムの近似保証を行なうことが挙げられる。

## 謝辞

本研究は独立行政法人新エネルギー・産業技術総合発機構 （NEDO 技術開発機構）が推進するロボット・ドローンが活躍 する省エネルギー社会の実現プロジェクトによる援助を受けて行われた。

## 参考文献

［Amir 2015］Amir，O．，Sharon，G．and Stern，R．：Multi－ agent pathfinding as a combinatorial auction，in $A A A I$ （2015）
［Bnaya 2013］Bnaya，Z．，Stern，R．，Felner，A．，Zivan，R．， and Okamoto，S．：Multi agent path finding for self in－ terested agents，in Sixth Annual Symposium on Com－ binatorial Search（2013）．
［Čáp 2015］Čáp，M．，Novák，P．，Kleiner，A．and Selecký， M．：Prioritized planning algorithms for trajectory co－ ordination of multiple mobile robots，in IEEE Trans－ actions on Automation Science and Engineering，Vol－ ume：12，Issue： 3 （2015）
［Silver 2005］Silver，D．：Cooperative pathfinding，in AI－ $I D E$ ，pp．117－122（2015）．
［Standley 2010］Standley，T．：Finding optimal solutions to cooperative pathfinding problems，in $A A A I$ ，pp．173－ 178 （2010）
［Ryan 2010］Ryan，M．：Constraint－based multi－robot path planning，in $I C R A$ ，pp．922－928（2010）
［Dresner 2008］Dresner，K．and Stone，P．：A multiagent approach to autonomous intersection management， J．Artif．Intell．Res．（JAIR），volume 31，issume 1， pp．591－656（2008）
［Kiesel 2012］Kiesel，S．，Burns，E．，Wilt，C．M．，and Ruml， W．：Integrating vehicle routing and motion planning， in ICAPS（2012）
［Ito 2005］Ito，T．，Yokoo，M．，Matsubara，S．and Iwasaki， A．：A New Strategyproof Greedy－Allocation Combi－ natorial Auction Protocol and its Extension to Open Ascending Auction Protocol，in Proc．of the 20th Na－ tional Conf．on Artificial Intelligence（AAAI2005），pp． 261－266（2005）
［Yokoo 2003］Yokoo，M．：The characterization of strategy／false－name proof combinatorial auction protocols：Price－oriented，rationing－free protocol，In IJCAI，pp．733－739（2003）
［Milgrom 1997］Milgrom，P．R．：Putting Auction Theory to Work；The Simultaneous Ascending Auction，thechni－ cal report 98－0002，Department of Economics，Stan－ ford University（1997）

