

確率的な提携構造形成問題における精度保証付き近似解法の提案

Approximate Algorithm for Probabilistic Coalition Structure Generation with Quality Bound

松村 昂輝* 沖本 天太** 平山 勝敏**
Kouki Matsumura Tenda Okimoto Katsutoshi Hirayama

* 神戸大学海事科学部 ** 神戸大学大学院海事科学研究科
Faculty of Maritime Sciences, Kobe University Graduate School of Maritime Sciences, Kobe University

How to form an efficient coalition/group is a major issue for many applications related to multi-agent cooperation. Coalition Structure Generation (CSG) involves partitioning a set of agents into coalitions so that the social welfare is maximized. In real life, it is natural to consider the uncertainty of the agent's behavior, since there is no guarantee to establish all coalitions. For example, an agent is available only two days a week because of his/her own schedule. Probabilistic Coalition Structure Generation (PCSG) is the extension of CSG where the uncertainty of the agent's behavior is considered. In PCSG problems, since finding an optimal coalition structure becomes easily intractable, it is important to consider fast but approximate algorithms. In this paper, an approximate algorithm for PCSG problems called Approximate Algorithm based on Participation Rate (AAPR) is first presented, which can provide the bound of a solution a priori, i.e., the error bound is obtained before actually running the algorithm. In the experiments, the performance of AAPR is compared with that of complete algorithm on a number of benchmarks.

1. 序論

提携構造形成 (Coalition Structure Generation, CSG) [3, 4] 問題とは, 協力ゲーム理論における基本的な枠組みの一つであり, 与えられたエージェントの集合を社会的余剰が最大化されるように, いくつかの提携 (グループ) に分割する問題である. CSG 問題は NP-完全な問題として広く知られている完全集合分割問題 [5] と等価な問題であり, 代表的な応用例として, マルチセンサネットワーク [1], 分散経路決定問題 [4], 無人偵察機 (UAV) オペレーション [2] 等の実問題が挙げられる.

確率的な提携構造形成 (Probabilistic Coalition Structure Generation, PCSG) [6, 7] 問題とは, 各エージェントの (任意の) 提携への参加の有無が確率により与えられている CSG 問題である. 文献 [8] では, CSG 問題の応用例として, 災害地域における救助チームの形成問題が紹介されている. この問題において, メンバーの不確実性を考慮した場合, 例えば, スケジュール等により救助チームへの参加の有無が事前には分からない等, この問題は PCSG 問題として定式化可能である.

PCSG 問題では, 各提携で得られる利得の期待値計算法が重要となる. 例えば, 文献 [6] では, 二つの異なる計算法 (期待値計算法 1 及び 2) が紹介されている. 期待値計算法 1 では, ある提携における利得の期待値は, 提携で得られる利得及び, 提携を構成するエージェントの参加率の積により定義されている. また提携を構成するメンバーの 1 人でも欠けた場合, 得られる利得は 0 となる. 期待値計算法 2 では, ある提携構造における利得の期待値を計算しており, 得られる利得の期待値は, 提携構造からすべての可能な欠席者を取り除くことにより計算される. 前者の計算法では, ある提携における利得の期待値を, 後者の計算法では, ある提携構造における利得の期待値を計算している. また前者は参加者のみを考慮した計算法であるのに対し, 後者は参加者及び欠席者を考慮した計算法である.

さらに文献 [7] では, ある提携における許容可能な欠席者を考慮した期待値計算法が紹介されている. この計算法では, 各提携で得られる利得に対して, 任意の k 人が欠席した場合に得られる利得の期待値を計算している. 文献 [7] のモデルでは, 任意の k 人の欠席者を考慮した特性関数値を再計算し, 従来の

CSG 同様の計算方法で最適な提携構造を求めている. 本論文では, 文献 [7] で紹介されている PCSG 問題を対象とする.

PCSG では, 問題の規模に対して, 計算・空間複雑度が指数関数的に増加する. そのため, 大規模な問題に対して, 比較的少ない計算で近似解を探索する高速な近似解法を考える必要がある. 本論文では, PCSG 問題における, 解精度を保証する高速な近似解法 (Approximate Algorithm based on Participation Rate, AAPR) を提案する. 本解法では, まず提携への参加率が低いエージェントには単独提携を形成させ, 次に, 残りのエージェントからなる緩和された PCSG 問題において, 利得の期待値が最大化されるような提携構造を求める.

さらに, 本解法によって得られる解の絶対誤差 (absolute error) の上界を与える. 絶対誤差の上界は最適解との差により表され, 事前に与えることが可能である. すなわち, エージェントは近似解を得る前に, 最適解に対する誤差の上界を得ることができる. 近似解法では, 解品質の保証が解法を評価する上で重要であり, 誤差の上界は事前に得られる方が望ましい.

実験では, まず参加率が低いエージェントは, 単独提携を形成する傾向があることを示す. 次に, 本解法と最適な提携構造を求解する完全解法 [7] を比較し, 本解法では, 高精度な解が高速に得られることを示す. PCSG に関する既存研究は少なく, 著者らが知る限り, PCSG の近似解法は存在しない.

2. 提携構造形成問題

提携構造形成 (Coalition Structure Generation, CSG) [3, 4] とは, A をエージェントの集合, $v: 2^A \rightarrow \mathbb{N}$ を特性関数とし, $CSG = \langle A, v \rangle$ により定義される. 集合 A の部分集合 $C \subseteq A$ を提携 (Coalition), A の分割を提携構造 (Coalition Structure) と呼ぶ. 各エージェントは一つの提携にのみ属し, 複数の提携に同時に属することはない. また各エージェントは単独提携を含み, いずれかの提携に属さなければならない. 提携の利得 $v(C)$ は特性関数により与えられ, 提携構造の利得 $V(CS)$ は各提携で得られる利得の総和により与えられる.

$$V(CS) = \sum_{C_i \in CS} v(C_i) \quad (1)$$

例 1 (CSG 問題). 3 人のエージェントからなる提携構造形成 CSG = $\langle \{a_1, a_2, a_3\}, v \rangle$ 問題を考える. この問題における提携数は $2^3 - 1 = 7$ であり, 各提携における利得は以下とする.

$$\begin{aligned} v(\{a_1\}) &= 2, v(\{a_2\}) = 3, v(\{a_3\}) = 2, \\ v(\{a_1, a_2\}) &= 8, v(\{a_1, a_3\}) = 7, v(\{a_2, a_3\}) = 9, \\ v(\{a_1, a_2, a_3\}) &= 10. \end{aligned}$$

この問題における最適な提携構造, すなわち, すべての提携における利得の総和が最大化されるような提携構造は $CS^* = \{\{a_1\}, \{a_2, a_3\}\}$ であり, 得られる利得は $V(CS^*) = 11$ となる.

以下に, CSG 問題における代表的な性質を示す.

性質 1. 提携構造形成において, 特性関数が優加法性を満たすとき $*1$, すべてのエージェントからなる全体提携が最適な提携構造となる. また, 特性関数が劣加法性を満たすときは, 単独のエージェントからなる単独提携が最適な提携構造となる.

3. 確率的な提携構造形成問題

確率的な提携構造形成 (Probabilistic Coalition Structure Generation, PCSG) [6, 7] とは, A をエージェントの集合, $v: 2^A \rightarrow \mathbb{N}$ を特性関数, $f: A \mapsto [0, 1]$ を各エージェントの (任意の) 提携への参加率を返す関数とし, $PCSG = \langle A, v, f \rangle$ により定義される. PCSG では, 各提携で得られる利得の期待値計算法が重要となる. 本論文では, 文献 [7] で紹介されている PCSG のモデルを扱う. PCSG に関して, k 人の欠席者の集合を $\bar{A} \subseteq A$ ($|\bar{A}| = k$) とする. このとき, 可能な欠席者の組合せは 2^k 通り存在する. 任意の k 人以下の欠席者の集合 $\bar{a} \in 2^{\bar{A}}$ に関して, ある提携 C から \bar{a} を取り除いた残りの提携は, C から $C \cap \bar{a}$ を取り除いた集合 ($C \setminus \bar{a}$ と記述する) で表され, 得られる利得は $v(C \setminus \bar{a})$ により与えられるものとする. このとき, C から \bar{a} を取り除いた残りの提携 $C \setminus \bar{a}$ で得られる利得の期待値は, 以下の式で与えられるものとする.

$$v_e(C \setminus \bar{a}) = v(C \setminus \bar{a}) \cdot \prod_{a \in C \setminus \bar{a}} f(a) \cdot \prod_{a' \in \bar{a}} (1 - f(a')) \quad (2)$$

また, 提携 C の利得の期待値は以下で与えられるものとする.

$$v_e(C) = \sum_{\bar{a} \in 2^{\bar{A}}} v_e(C \setminus \bar{a}) \quad (3)$$

ある提携構造 CS における利得の期待値は, 以下に示す各提携で得られる利得の期待値の総和により与えられるものとする.

$$V_e(CS) = \sum_{C \in CS} v_e(C) \quad (4)$$

ある提携構造 CS に関して, $\forall CS': V_e(CS') \leq V_e(CS)$ が成り立つとき, CS は最適であるといい, CS_e^* と記述する.

例 2 (PCSG 問題). 例 1 の CSG 問題において, 許容可能な欠席者数を $k = 1$ とし, 各エージェントの任意の提携への参加の有無を $f(a_1) = 0.8, f(a_2) = 0.5, f(a_3) = 0.1$ とした

*1 提携構造形成において, 特性関数が優加法的であるとは $C_i \cap C_j = \emptyset$ を満たす任意の提携 C_i 及び C_j に関して $v(C_i) + v(C_j) \leq v(C_i \cup C_j)$ が成り立つことを意味する. また, 特性関数が劣加法的であるとは $v(C_i) + v(C_j) \geq v(C_i \cup C_j)$ が成り立つことを意味する.

ときの PCSG 問題を考える. このとき, 各提携において得られる利得の期待値は, 式 (3) より, 以下のように計算される.

$$\begin{aligned} v_e(\{a_1\}) &= 1.6, v_e(\{a_2\}) = 1.5, v_e(\{a_3\}) = 0.2, \\ v_e(\{a_1, a_2\}) &= 4.3, v_e(\{a_1, a_3\}) = 2.04, v_e(\{a_2, a_3\}) = 1.9, \\ v_e(\{a_1, a_2, a_3\}) &= 4.66. \end{aligned}$$

例えば, 提携 $\{a_1, a_3\}$ における利得の期待値は, 全員が参加したときの利得の期待値 ($v_e(\{a_1, a_3\}) = 7 \cdot (0.8 \cdot 0.1) = 0.56$) 及び, 任意の 1 人が欠席したときの利得の期待値 ($v_e(\{a_3\}) + v_e(\{a_1\}) = 2 \cdot (0.2 \cdot 0.1) + 2 \cdot (0.8 \cdot 0.9) = 0.04 + 1.44 = 1.48$) の和 2.04 となる. この問題における最適な提携構造は $CS_e^* = \{a_1, a_2, a_3\}$, 得られる利得の期待値は $V_e(CS_e^*) = 4.66$ となる.

以下に, PCSG 問題における代表的な性質を示す.

性質 2. 確率的な提携構造形成では, 特性関数が優加法性を満たすとき, 全体提携が最適な提携構造となり, 特性関数が劣加法性を満たすときは, 単独提携が最適な提携構造となる.

0-1 整数計画問題を用いた PCSG の定式化

PCSG 問題は 0-1 整数計画問題として定式化可能である. 例えば, 例 2 の PCSG 問題は以下のように定式化される.

$$\begin{aligned} \max. \quad & 1.6 \cdot a_1 + 1.5 \cdot a_2 + 0.2 \cdot a_3 + 4.3 \cdot a_{12} \\ & + 2.04 \cdot a_{13} + 1.9 \cdot a_{23} + 4.66 \cdot a_{123}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$s.t. \quad a_1 + a_{12} + a_{13} + a_{123} = 1, \quad (6)$$

$$a_2 + a_{12} + a_{23} + a_{123} = 1, \quad (7)$$

$$a_3 + a_{13} + a_{23} + a_{123} = 1, \quad (8)$$

$$a_1, a_2, a_3, a_{12}, a_{13}, a_{23}, a_{123} \in \{0, 1\}. \quad (9)$$

ここで, a_1, a_2, \dots, a_{123} は, すべての可能な提携を表している. 例えば, a_1 は単独提携 $\{a_1\}$, a_{123} は全体提携 $\{a_1, a_2, a_3\}$ を表している. 各提携は変数として定義され, 変数値 0 または 1 のいずれかの値を取る (式 (9)). 式 (6)-(8) は提携に関する制約条件を表し, 例えば, 式 (6) には, エージェント a_1 が $\{a_1\}, \{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_2, a_3\}$ のいずれか 1 つの提携にのみ属し, 複数の提携に同時に属することはできないという制約条件が記述されている. 式 (7) は a_2 , 式 (8) は a_3 に関する制約条件を表している. 式 (5) は, 得られる利得の期待値が最大となるような提携構造を求める目的関数を表し, 各係数には, 各提携で得られる利得の期待値が与えられている.

4. PCSG における近似解法

本章では, PCSG 問題における近似解法を提案する. さらに, 本解法によって得られる解の絶対誤差の上界を与える.

4.1 近似解法

PCSG 問題における近似解法 (Approximate Algorithm based on Participation Rate, AAPR) について概説する. 本解法は, 以下に示す 2 つの段階によって構成されている.

段階 1: ある確率 \tilde{p} 及び, エージェントの参加率 p に関して, $p \leq \tilde{p}$ となるエージェントには単独提携を形成させる.

段階 2: 段階 1 で取り除かれた, 残りのエージェントからなる緩和された問題において, 得られる利得の期待値が最大となるような最適な提携構造 (CS_e^- と記述する) を形成する. 次に, 段階 1 の単独提携と CS_e^- を合わせた提携構造 (CS_e^+ と記述する) を本解法の近似解とする.

例えば, 例 2 の PCSG 問題において $\bar{p} = 0.1$ とする. 段階 1 より, エージェント a_3 には単独提携を形成させる. 次に, 残りのエージェント a_1 及び a_2 における最適な提携構造を求める. エージェント a_1 と a_2 が提携したときに得られる利得の期待値 $v_e(\{a_1, a_2\}) = 4.3$ は, 両者が提携を形成しなかったときの利得の期待値 $v_e(\{a_1\}) + v_e(\{a_2\}) = 3.1$ よりも大きい. したがって, 段階 2 における最適な提携構造は $\{a_1, a_2\}$ となる. 以上より, AAPR によって得られる近似解は, $CS_e^+ = \{\{a_1, a_2\}, \{a_3\}\}$ となる. また, CS_e^+ によって得られる利得の期待値は $V_e(CS_e^+) = 0.2 + 4.3 = 4.5$ となる.

4.2 最悪時の解の精度

本解法によって得られる解の絶対誤差 (absolute error) の上界を与える. 絶対誤差の上界は最適解との差により表され, 事前に与えることが可能である. すなわち, エージェントは近似解を得る前に最適解に対する誤差の上界を得ることができる.

PCSG に関して, \bar{A} を欠席者の集合とし, $C_{\bar{a}_i} = \{\bar{a}_i | \bar{a}_i \in \bar{A}\}$ を欠席者 \bar{a}_i を含むすべての提携からなる集合とする.

補題 1. PCSG に関して, AAPR の段階 2 で得られる最適解 CS_e^- と, 最適解 CS_e^* の間に以下の不等式が成立する.

$$V_e(CS_e^*) - V_e(CS_e^-) \leq \sum_{\bar{a}_i \in \bar{A}} r_{\bar{a}_i}^{max} \quad (10)$$

ここで, $r_{\bar{a}_i}^{max} = \max\{v_e(C) \mid C \in C_{\bar{a}_i}\}$ は欠席者 \bar{a}_i を含む, すべての提携の中で得られる利得の期待値の最大値を表す.

Proof. 欠席者数に対する帰納法を用いて証明する. まず, $\bar{A} = \emptyset$ のとき, AAPR の段階 1 でのエージェント数は 0 となり, 元の問題の最適な提携構造が求められるため, 以下が成り立つ.

$$V_e(CS_e^*) = V_e(CS_e^-).$$

一方, $\sum_{\bar{a}_i \in \bar{A}} r_{\bar{a}_i}^{max} = 0$ の場合, 以下より, 式 (10) が成り立つ.

$$V_e(CS_e^*) - V_e(CS_e^-) = 0 \leq 0 = \sum_{\bar{a}_i \in \bar{A}} r_{\bar{a}_i}^{max}.$$

次に, すべての $n = |\bar{A}|$ に関して, 以下が成立すると仮定する.

$$V_e(CS_e^*) - V_e(CS_e^-) \leq \sum_{i=1}^n r_{\bar{a}_i}^{max}, \forall \bar{A}, |\bar{A}| = n. \quad (11)$$

ここで, 欠席者の集合として $\bar{A} = \{\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_n, \bar{a}_{n+1}\}$ を考える. また, 最適な提携構造を $CS_e^* = \{C_e^{*1}, \dots, C_e^{*l}\}$ とする. このとき, 欠席者 \bar{a}_1 は $C_e^{*1}, \dots, C_e^{*l}$ のいずれかの提携に属している. 一般性を失うことなく, $C_e^{*1} = \{\bar{a}_1, b_1, \dots, b_m\}$ とする*2.

$$\begin{aligned} V_e(CS_e^*) &= v_e(C_e^{*1}) + v_e(C_e^{*2}) + \dots + v_e(C_e^{*l}) \\ &\leq r_{\bar{a}_1}^{max} + v_e(C_e^{*2}) + \dots + v_e(C_e^{*l}) \end{aligned}$$

*2 ここで, 任意の b_i に関して, $b_i = \bar{a}_j, i \in [m], j \in [n+1] \setminus \{1\}$ となる可能性はあるが, 式 (12) には影響しない.

$$\begin{aligned} &\leq r_{\bar{a}_1}^{max} + v_e(\{b_1\}) + \dots + v_e(\{b_m\}) + v_e(C_e^{*2}) + \dots + v_e(C_e^{*l}) \\ &\leq r_{\bar{a}_1}^{max} + V_e(CS_e^{-\bar{a}_1}) \end{aligned} \quad (12)$$

ここで, $V_e(CS_e^{-\bar{a}_1})$ は集合 $A \setminus \{\bar{a}_1\}$ における最適な提携構造を表す. $V_e(CS_e^*)$ と $V_e(CS_e^-)$ の比較には, さらに $\bar{a}_2, \dots, \bar{a}_n$ を取り除く必要があるが, 仮定の式 (11) より, 以下が成り立つ.

$$V_e(CS_e^*) - V_e(CS_e^-) \leq \sum_{i=2}^{n+1} r_{\bar{a}_i}^{max}.$$

以上より,

$$V_e(CS_e^*) \leq r_{\bar{a}_1}^{max} + V_e(CS_e^{-\bar{a}_1}) \leq r_{\bar{a}_1}^{max} + \sum_{i=2}^{n+1} r_{\bar{a}_i}^{max} + V_e(CS_e^-)$$

$$\leq \sum_{i=1}^{n+1} r_{\bar{a}_i}^{max} + V_e(CS_e^-).$$

□

定理 1. PCSG に関して, AAPR によって得られる近似解 CS_e^+ と, 最適解 CS_e^* の間に以下の不等式が成立する.

$$V_e(CS_e^*) - V_e(CS_e^+) \leq \sum_{\bar{a}_i \in \bar{A}} \{r_{\bar{a}_i}^{max} - v_e(\bar{a}_i)\} \quad (13)$$

Proof. PCSG 問題に関して, CS_e^- を AAPR の段階 2 で得られる最適解とする. このとき, 補題 (1) より, 以下が成立する.

$$V_e(CS_e^*) - V_e(CS_e^-) \leq \sum_{\bar{a}_i \in \bar{A}} r_{\bar{a}_i}^{max} \quad (14)$$

両辺より, $\sum_{\bar{a}_i \in \bar{A}} v_e(\bar{a}_i)$ を引くと式 (13) が導きだされる.

$$\{V_e(CS_e^*) - V_e(CS_e^-)\} - \sum_{\bar{a}_i \in \bar{A}} v_e(\bar{a}_i) \leq \sum_{\bar{a}_i \in \bar{A}} r_{\bar{a}_i}^{max} - \sum_{\bar{a}_i \in \bar{A}} v_e(\bar{a}_i)$$

$$V_e(CS_e^*) - \{V_e(CS_e^-) + \sum_{\bar{a}_i \in \bar{A}} v_e(\bar{a}_i)\} \leq \sum_{\bar{a}_i \in \bar{A}} \{r_{\bar{a}_i}^{max} - v_e(\bar{a}_i)\}$$

$$V_e(CS_e^*) - V_e(CS_e^+) \leq \sum_{\bar{a}_i \in \bar{A}} \{r_{\bar{a}_i}^{max} - v_e(\bar{a}_i)\}$$

□

性質 3. PCSG において, 特性関数が優加法性を満たすとき, AAPR によって得られる近似解の精度はパラメータ \bar{p} , すなわち, 欠席者数に依存するが, 特性関数が劣加法性を満たすとき, 得られる近似解は, \bar{p} に依存することなく, 最適解となる.

Proof. 紙面の都合上, 詳細な証明は割愛するが, 特性関数が優加法性を満たす場合は AAPR の段階 1 より明らかである. 特性関数が劣加法性を満たす場合, AAPR の段階 1 で形成される単独提携の有無にかかわらず, CS_e^- では単独提携が形成されるため, CS_e^+ は必ず単独提携からなる提携構造となる. □

5. 評価実験

本章では, まず予備実験として, 提携への参加率が低いエージェントは単独提携を形成しやすいことを示す. 次に, 最適な提携構造が求解可能な完全解法と本解法の比較実験を行う.

表 1: 独立な提携構造が形成される割合.

| エージェント数 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 |
|------------|-----|----|----|----|----|
| $p = 0.05$ | 100 | 99 | 96 | 99 | 99 |
| $p = 0.1$ | 99 | 94 | 87 | 89 | 88 |
| $p = 0.15$ | 95 | 91 | 82 | 82 | 77 |
| $p = 0.2$ | 89 | 86 | 75 | 70 | 67 |

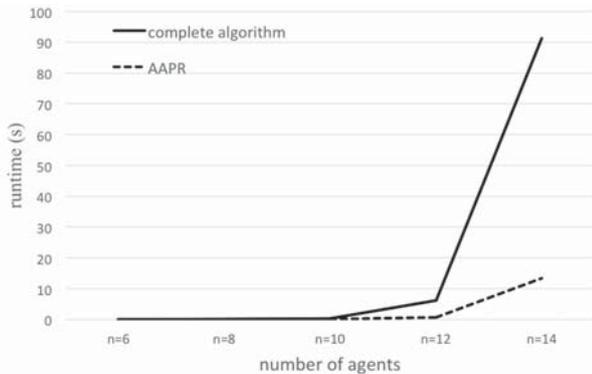


図 1: 完全解法と本解法の実行時間.

5.1 予備実験

予備実験では、異なるサイズ（エージェント数）の PCSG 問題に対して、各エージェントの提携への参加率が低い場合、単独提携からなる提携構造が形成されやすいことを示す（本解法の段階 1 の妥当性）。提携への参加率は、すべてのエージェントで同じものとし、参加率は $p = 0.05$ から $p = 0.2$ とした。また、エージェント数は 6 から 14 とし、各問題に対して 100 インスタンスを生成し、各提携で得られる利得の値は [1...1000] の範囲からランダムに選択した。表 1 に各 p における、単独提携からなる提携構造が形成される割合を示す。表 1 より、提携への参加率が低いエージェントは単独提携を形成する傾向があることが分かった。例えば、エージェント数 6、各エージェントの参加率が $p = 0.05$ の問題では、100 問中、すべての問題において単独提携からなる提携構造が形成され、エージェント数 14、各エージェントの参加率が $p = 0.2$ の問題では、100 問中 67 問で単独提携からなる提携構造が形成された。

5.2 完全解法との比較

PCSG 問題における、最適解を保証する完全解法と本解法の比較実験を行う。実験では、 $\bar{p} = 0.2$ とし、予備実験と同じ設定で両解法の性能を評価した。実験結果は 100 インスタンスの平均値を表す。図 1 に異なるエージェント数の問題における両解法の実行時間を示す。図 1 より、エージェント数が小さい問題では、両解法の実行時間はほとんど変わらなかったが、エージェント数が大きくなるにつれ、その差は大きくなった。例えば、エージェント数 14 の問題では、完全解法における実行時間は 91.4 秒、本解法における実行時間は 13.4 秒であった。

また、表 2 に両解法によって得られた利得の期待値及び、絶対誤差の上界を示す。表 2 より、本解法で得られた利得の期待値は完全解法で得られた利得の期待値とほとんど変わらなかった。例えば、エージェント数 6 の問題では、完全解法によって得られた最適値の平均は 1778.2 であった。これに対し、本解法によって得られた近似値の平均は 1769.6 であった。また、エージェント数 14 の問題では、完全解法によって得られた最適値の平均は 4329.4、本解法によって得られた近似値の平均

表 2: 完全解法と本解法によって得られた利得.

| エージェント数 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 完全解法 | 1778.2 | 2355.6 | 3053.1 | 3694.2 | 4329.4 |
| AAPR | 1769.6 | 2343.6 | 3039.8 | 3676.6 | 4312.0 |
| 絶対誤差の上界 | 754.3 | 989.3 | 1199.9 | 1519.1 | 1684.8 |

は 4312.0（約 99%）であった。さらに、絶対誤差の上界をみると、例えば、エージェント数 14 における平均値は 1684.8、すなわち、求解前に理論的に保証される利得の期待値の平均は $4329.4 - 1684.8 = 2644.6$ （約 61%）であった。以上の結果より、本解法では高精度の解が高速に得られることが分かった。

6. 結言

確率的な提携構造形成 (PCSG) 問題では、問題の規模に対して、計算・空間複雑度が指数関数的に増加する。そのため、大規模な問題に対して、比較的少ない計算で近似解を探索する高速な近似解法を考える必要がある。本論文では、PCSG 問題における最初の近似解法 (AAPR) を提案し、AAPR によって得られる解の絶対誤差の上界を与えた。絶対誤差の上界は、最適解との差により表され、事前に与えることが可能である。また、実験では、AAPR と完全解法との性能を評価し、AAPR では高速かつ、高精度の解が求解可能であることを示した。

今後の課題として、実問題への適用が挙げられる。具体的には、マルチセンサネットワーク [1] や災害地域における救助チームの形成問題 [8] を考えている。その他にも、パラメータ k をロバスト性の度合とみなし、ロバスト性と最適性を同時に考慮した 2 目的最適化アルゴリズムへの拡張を考えている。

参考文献

- [1] V. Dang, R. Dash, A. Rogers, and N. Jennings. Overlapping coalition formation for efficient data fusion in multi-sensor networks. In *AAAI*, pages 635–640, 2006.
- [2] J. George, J. Pinto, P. Sujit, and J. Sousa. Multiple UAV coalition formation strategies. In *AAMAS*, pages 1503–1504, 2010.
- [3] T. Rahwan and N. Jennings. Coalition structure generation: Dynamic programming meets anytime optimization. In *AAAI*, pages 156–161, 2008.
- [4] T. Sandholm and V. Lesser. Coalitions among computationally bounded agents. *Artificial Intelligence*, 94(1-2):99–137, 1997.
- [5] D. Yeh. A dynamic programming approach to the complete set partitioning problem. *BIT Computer Science and Numerical Mathematics*, 26(4):467–474, 1986.
- [6] 沖本天太, 平山勝敏, N. Schwind, 井上克巳, and P. Marquis. 確率的な提携構造形成フレームワークの提案. In **第 16 回科学技術フォーラム**, volume 2, pages 65–70, 2017.
- [7] 松村昂輝, 沖本天太, and 平山勝敏. 確率的な提携構造形成問題の解法. In **情報処理学会第 80 回全国大会**, 2018.
- [8] 上田俊, 岩崎敦, 横尾真, M. C. Silaghi, 平山勝敏, and 松井俊浩. 分散制約最適化問題に基づく提携構造形成問題. *人工知能学会論文誌*, 26(1):179–189, 2011.