

# Bayesian Knowledge Tracingの一般化としての隠れマルコフIRTモデル

Hidden Markov IRT model as a generalization of Bayesian Knowledge Tracing

堤瑛美子<sup>\*1</sup> 塩野谷周平<sup>\*1</sup> 宇都雅輝<sup>\*1</sup> 植野真臣<sup>\*1</sup>  
Emiko Tsutsumi Shuuhei Shionoya Masaki Uto Maomi Ueno

<sup>\*1</sup>電気通信大学大学院情報理工学研究所

Graduate school of Informatics and Engineering, The University of Electro-Communications

To develop learner's ability, a teacher should grasp the learner's knowledge state accurately in a learning process. For this purpose, Bayesian Knowledge Tracing (BKT) has been proposed to infer learner's knowledge state. Although conventional BKT models learner's knowledge state as a discrete value, the learner's knowledge state must be contentious. Based on this idea, we propose a Hidden Markov IRT model as a generalization of Bayesian Knowledge Tracing. In the proposed model, learner's knowledge state takes a continuous value and change according to a Hidden Markov process in a learning process. The proposed model estimates the optimal value of the degree of learner's mastering knowledge from learning data. From some numerical experiments, we demonstrate that the proposed model improves the estimation accuracy of the learner's knowledge state.

## 1. はじめに

近年、コンピュータやタブレット端末の普及に伴ってeラーニング・システムを用いた学習が広まり、大量の学習データが容易に入手できるようになった。教育の現場では、学習者の発達を促すために個々の特性や理解度を把握することが課題となっている。

これまで、学習者の学習への理解度は教師の経験によって評価されていたが、過去の学習者の学習データを利用することにより、機械学習を用いた評価が可能となってきた。近年、学習過程の学習者の理解度やある知識の習得状態を推定する手法として Bayesian Knowledge Tracing (BKT) が多くの研究者によって開発されてきた [Corbett 95, MacHardy 15, David 16]。BKT は学習者が知識を理解しているか、していないかを二値で判断し、知識への理解度を確率値で表すことができる数理モデルである。Corbett ら [Corbett 95] の BKT モデルでは、学習者が知識を習得していない状態から習得した状態へ変化する際の遷移確率パラメータを持つ。しかし、遷移確率は学習者全体で共通であり、学習者ごとに最適化されていない。そこで、Yudelson ら [Yudelson 13] は学習者ごとに知識の習得度を把握するため、知識の習得状態を個人パラメータとした BKT モデルを開発している。さらに Pelánek ら [Pelánek 18] は、通常二値で表される知識の習得状態を多値で表し、習得度を表す確率がロジスティック関数に従う LogisticHMM モデルを用いることで、学習者の知識の習得度をより高精度に把握する手法を提案している。

しかし、Pelánek らの BKT モデルは、Yudelson ら [Yudelson 13] で考慮されていた知識の遷移確率パラメータの個人化が適応されておらず、学習過程での課題ごとの特性が反映されていないため、学習者の習得度の適切な評価ができない可能性がある。

また、BKT モデルでは知識の習得状態が二値または多値で表されるが、実際には知識の習得状態は連続値である。そのため、知識の習得状態を段階的に表現することで習得状態の正確な評価をすることは難しい。堤ら [堤 19] は学習過程におい

て、学習者の知識の習得状態が時系列に変化する隠れマルコフIRT (HM-IRT) モデルを開発している。IRT モデルでは、学習者の習得度が個人化されており、課題ごとの特性も考慮されているため、堤ら [堤 19] のモデルは BKT における知識の習得状態を連続値として一般化したモデルとして考えることができる。

本研究では学習者の知識の習得度の推定精度向上のために以下の2つのモデルを提案する。

1. Yudelson ら [Yudelson 13] の LogisticHMM モデルにおいて、学習者ごとに知識の習得状態の遷移確率を最適化し、さらに学習過程での課題ごとの特性を反映させた新たな BKT モデル。
2. Bayesian Knowledge Tracing の一般化としての Hidden Markov IRT モデルの提案。

提案モデルと従来の BKT を用いて、学習データから学習者の知識の習得度を推定し、推定精度の比較を行う。

## 2. Bayesian Knowledge Tracing

Bayesian Knowledge Tracing (BKT) [Corbett 95] は学習過程での学習者の知識の習得状態が隠れマルコフ過程に従うと仮定した数理モデルであり、学習履歴データから学習者が課題解決に必要な知識の習得度を確率で表すことができる。本章では、BKT について説明する。

はじめに、BKT で用いられる変数とパラメータについて説明する。学習者数を  $J$ 、課題数を  $I$  とするとき、学習者  $j$  の課題  $i$  に対する知識の習得状態  $Z_{ji}$  を以下で表す。

$$Z_{ji} = \begin{cases} 1: & \text{学習者が課題 } i \text{ で必要な知識を習得している} \\ 0: & \text{学習者が課題 } i \text{ で必要な知識を習得していない} \end{cases}$$

また、学習者  $j$  の課題  $i$  に対する反応データ  $X_{ji}$  を以下で表す。

$$X_{ji} = \begin{cases} 1: & \text{学習者が課題 } i \text{ に正答} \\ 0: & \text{学習者が課題 } i \text{ に誤答} \end{cases}$$

以降本論文では、知識の習得状態を  $Z_{ji}$ 、学習者の反応データを  $X_{ji}$  とする。さらに、知識の習得状態の遷移確率パラメータとして、

$p(L_0)$  : 学習者が事前に知識を習得している確率、

$p(T)$  : 知識を習得していない状態から習得する確率、

$p(S)$  : 知識を習得している状態で課題に誤答する確率、

$p(G)$  : 知識を習得していない状態で課題に正答する確率

の4つのパラメータをもつ。ここで、知識の習得状態について、 $Z_{j,i-1} = 1$  から  $Z_{j,i-1} = 0$  への遷移は起こらないものとする。BKTでは、学習者が課題  $i$  において、ある知識を習得する確率を  $p(Z_{ji} = 1) = p(L_{ji})$  とすると、 $p(L_{ji})$  は式 (1),(2) を用いて式 (3) のように表せる。

$$p(L_{ji}|X_{ji} = 1) = \frac{p(L_{ji})(1 - p(S))}{(1 - p(L_{ji}))p(G) + p(L_{ji})(1 - p(S))} \quad (1)$$

$$p(L_{ji}|X_{ji} = 0) = \frac{p(L_{ji})p(S)}{(1 - p(L_{ji}))(1 - p(G)) + p(L_{ji})p(S)} \quad (2)$$

$$p(L_{ji}) = p(L_{j,i-1}|X_{j,i-1}) + (1 - p(L_{j,i-1}|X_{j,i-1}))p(T) \quad (3)$$

ただし、 $p(L_{j1}) = p(L_0)$  とする。学習者  $j$  が課題  $i$  に正答する確率を次式で求める。

$$p(X_{ji} = 1) = p(L_{ji})(1 - p(S)) + (1 - p(L_{ji}))p(G) \quad (4)$$

### 3. 個人パラメータを導入した BKT モデル

BKT[Corbett 95] では、学習者のある知識の習得度を求めることができるが、パラメータが学習者ごとに最適化されていないために、知識の習得度の推定精度が悪いという問題点がある。この問題を解決するために、Yudelsson ら [Yudelsson 13] は初期確率  $p(L_0)$  と遷移確率  $p(T)$  の2つパラメータを学習者ごとに最適化した BKT モデルを開発した。この研究によって遷移確率  $p(T)$  のみを学習者ごとに最適化したパラメータとすることで推定精度が向上することが示された。この手法では、学習者  $j$  が課題  $i$  で知識を習得する確率  $p(L_{ji})$  を次式で求める。

$$p(L_{ji}) = p(L_{j,i-1}|X_{j,i-1}) + (1 - p(L_{j,i-1}|X_{j,i-1}))p(T)_j \quad (5)$$

### 4. LogisticHMM

Corbett, Yudelsson ら [Corbett 95, Yudelsson 13] の BKT モデルは、知識の習得状態が二値であったために、学習者の知識の習得度を正確に評価できていない可能性があった。そこで、Pelánek ら [Pelánek 18] は、学習者の知識の習得度をより高精度に把握するために、知識の習得状態  $Z_{ji}$  を多値に変更し、予測正答確率がロジスティック関数に従うモデルを開発した。さらに、Pelánek らの BKT モデルでは、学習者

と課題の相関を表す識別力や学習全体の難易度をパラメータとして組み込んでおり、課題の特性を考慮した推定が可能となっている。LogisticHMM では、学習者  $j$  の知識の習得状態が  $s \in \{1, \dots, S\}$  であるとき、課題  $i$  に正答する確率を以下で表す。

$$p(X_{ji} = 1|Z_{j,i} = s) = \frac{1}{1 + \exp(-a(s/(S-1) - b))} \quad (6)$$

ここで、 $S$  は学習者の知識状態数、 $a$  は識別力パラメータ、 $b$  は難易度パラメータを表す。識別力パラメータと難易度パラメータはすべての課題において共通の値を用いる。LogisticHMM では、知識の習得状態が  $Z_{j,i-1} = s-1$  から  $Z_{ji} = s$  に遷移する確率を  $l$  とし、二段階以上の遷移は起こらないものとする。このとき、学習者  $j$  が課題  $i$  で状態  $Z_{ji} = s$  となる確率は、式 (7), (8) を用いて式 (9) のように求められる。

$$p(Z_{ji} = s|X_{ji} = 1) = \frac{p(X_{ji} = 1|Z_{ji} = s)p(Z_{ji} = s)}{\sum_{s'=0}^{S-1} p(X_{ji} = 1|Z_{ji} = s')p(Z_{ji} = s')} \quad (7)$$

$$p(Z_{ji} = s|X_{ji} = 0) = \frac{p(X_{ji} = 0|Z_{ji} = s)p(Z_{ji} = s)}{\sum_{s'=0}^{S-1} p(X_{ji} = 0|Z_{ji} = s')p(Z_{ji} = s')} \quad (8)$$

$$p(Z_{ji} = s) = \sum_{s'=1}^S p(Z_{j,i} = s|Z_{j,i-1} = s') \cdot p(Z_{j,i-1} = s') \quad (9)$$

また、学習者  $i$  が課題  $j$  に正答する確率を以下で表す。

$$p(X_{ji} = 1) = \sum_{s'=1}^S p(X_{ji} = 1|Z_{ji} = s')p(Z_{ji} = s') \quad (10)$$

この手法により、学習者の知識の習得度の推定精度が向上したことが示された。

## 5. 提案モデル

### 5.1 パラメータを学習者・課題ごとに最適化した LogisticHMM

Pelánek らの BKT モデルは、知識の遷移確率パラメータの個人化が適応されておらず、学習過程での課題ごとの特性が反映されていないため、学習者の習得度の適切な評価ができていない可能性がある。そのため、本研究では、学習者ごとに知識の習得状態の遷移確率を最適化し、学習過程での課題ごとの特性を反映させた新たな BKT モデルを提案する。

提案モデルでは、知識状態が  $s$  である学習者  $j$  が課題  $i$  に正答する確率を次式で表す。

$$p(X_{ji} = 1|Z_{ji} = s) = \frac{1}{1 + \exp(-a_i(s/(S-1) - b_i))} \quad (11)$$

ここで、 $S$  は学習者の知識状態数、 $a_i$  は課題  $i$  の識別力パラメータ、 $b_i$  は課題  $i$  の難易度パラメータを表す。さらに、知識の習得状態が  $Z_{j,i-1} = s-1$  から  $Z_{ji} = s$  に遷移する確率を  $l_j$  とし、学習者ごとに最適値を推定する。本論文では、パラメータを学習者・課題ごとに最適化した LogisticHMM を提案モデル 1 とする。

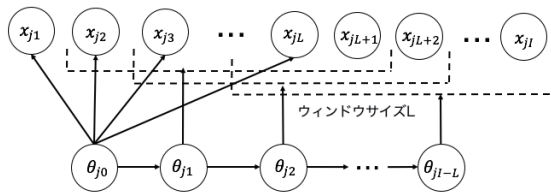


図 1: HM-IRT モデル

## 5.2 Bayesian Knowledge Tracing の一般化としての HM-IRT モデル

BKT モデルでは知識の習得状態が二値または多値で表されるが、実際には知識の習得状態は連続値である。そのため、知識の習得状態を段階的に表現することで正確な習得状態の評価をすることは難しい。堤ら [堤 19] は学習過程において、学習者の知識状態が時系列に変化する隠れマルコフ IRT(HM-IRT) モデルを開発している。本研究では、堤ら [堤 19] を BKT における知識の習得状態を連続値として一般化したモデルとして提案する。知識の習得状態を連続値とすることで、学習過程に対してより柔軟なモデルとなり、学習者の知識状態の推定精度の向上が期待される。HM-IRT では学習者の知識の習得状態  $Z_{ji}$  を連続値とし、学習過程 (課題) が進むごとに、ある時点  $t$  での学習者の知識の習得状態  $Z_{jt}$  が直前の  $Z_{jt-1}$  に依存して確率的に変化していくモデルである。このとき、知識の習得状態  $Z_{jt}$  の変動幅  $\delta$  をパラメータとして設定することで、 $Z_{jt}$  の変動を制御することができる。

時点  $t$  において学習者  $j$  が課題  $i$  に正答する確率を次式で表す。

$$p(X_{ji} = 1 | Z_{jt}) = \frac{1}{1 + \exp(-a_i(Z_{jt} - b_i))} \quad (12)$$

$a_i$  は課題  $i$  の識別力パラメータ、 $b_i$  は課題  $i$  の難易度パラメータを表す。ただし、

$$Z_{jt} \sim N(Z_{jt-1}, \delta), \quad Z_{j0} \sim N(0, 1) \quad (13)$$

ここで、 $N(\mu, \sigma)$  は平均  $\mu$ 、標準偏差  $\sigma$  の正規分布を表す。

本研究で用いる HM-IRT のグラフィカルモデルを図 1 に示す。HM-IRT ではある時点での知識状態が継続する課題数として、ウィンドウサイズ  $L$  をパラメータとして用いている。ウィンドウサイズ  $L$  と知識の習得状態の変動幅  $\delta$  は学習データに最適な値を推定するため、様々な学習過程を表現することができる。

HM-IRT に類似したモデルとして、知識の習得状態が時系列変化する IRT モデルが複数開発されている。本論文では、通常の IRT [Lord 68] と、Martin [Martin 02] や Wang [Wang 13] で開発された知識状態の時系列変化を組み込んだ IRT モデルでも習得度の推定精度の比較を行う。

## 6. パラメータ推定

パラメータ推定には、MCMC の手法のうち、ブロック化ギブス・サンプリング法とメトロポリスヘイスティングス法を組み合わせた手法 [Uto 16] を用いた。紙幅の都合上、詳細は割愛する。

## 7. 評価実験

### 7.1 実験データ

実験データには、プログラミング初学者の大学生 75 人を対象にしたプログラミング学習におけるトレース問題 18 課題についての学習データを用いる [堤 19]。学習者は「変数の四則演算」「条件分岐 while ループ」「for ループ」「配列」「関数・メソッド呼び出し」の文法について各領域を学習した後、対応するトレース問題に回答している。ただし、「変数の四則演算」「条件分岐 while ループ」「for ループ」は各 4 題、「配列」「関数・メソッド呼び出し」では各 3 題が出題される。

### 7.2 学習者の知識の習得度についての推定精度

評価実験では、[Corbett 95][Yudelson 13][Pelánek 18] の BKT モデル、2 つの提案モデル、提案モデルに類似した IRT モデル [Ueno 17][Martin 02][Wang 13] を用いて、以下の手順で課題ごとの学習者の知識の習得度を推定し、課題への正答確率を求める。

- (1) 各モデルで求める学習者  $j$  の課題  $i$  での予測正答確率を  $P_{ji}$  とするとき、学習者の予測反応データ  $\hat{X}_{ji}$  を以下のように求める。

$$\hat{X}_{ji} = \begin{cases} 1, & P_{ji} \geq 0.5 \\ 0, & P_{ji} < 0.5 \end{cases}$$

- (2) 課題 2 以降について、学習者  $j$  の課題  $i$  における実際の学習データ  $X_{ji}$  と推定した学習者の反応データ  $\hat{X}_{ji}$  を用いて、すべての学習者、課題での一致率  $c$  を次式で求める。

$$c = \frac{1}{J(I-1)} \sum_{i=2}^I \sum_{j=1}^J \psi(\hat{X}_{ji}, X_{ji}) \quad (14)$$

ここで、 $\psi(\hat{x}_{ji}, x_{ji})$  は  $\hat{X}_{ji}$  と  $X_{ji}$  が一致するときに 1、そうでないときに 0 をとる関数とする。

LogisticHMM と提案モデル 1 については、学習者の知識状態数  $S$  を  $S \in \{2, \dots, 9\}$  のそれぞれの場合で (1),(2) の実験を行い、どちらも  $S = 2$  としたモデルが最も推定精度が高い結果となった。以降では LogisticHMM と提案モデル 1 の知識状態数は  $S = 2$  とする。

また、HM-IRT について、ウィンドウサイズ  $L \in \{1, 2, \dots, 17\}$  と知識の習得状態  $Z_{jt}$  の変動幅  $\delta \in \{0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 1.0\}$  の組み合わせを変え、それぞれのモデルで (1),(2) の実験を行ったところ、ウィンドウサイズを  $L = 1$ 、変動幅を  $\delta = 0.7$  にした場合が最も推定精度が高くなることがわかった。以降では HM-IRT を  $L = 1, \delta = 0.7$  としたモデルとする。

表 1 に各モデルで推定した学習者の反応データの推定精度  $c$  を示す。

表 1: 学習者の知識の習得度 推定精度  $c$ 

モデル	Corbett	Yudelson	Pelánek	提案モデル 1
予測精度	69.9%	71.4%	70.0%	68.5%
モデル	lord	Martin	Wang	HM-IRT
予測精度	72.0%	68.7%	69.8%	78.5%

表1より、堤ら [堤 19] の HM-IRT モデルが最も推定精度が高くなることがわかった。HM-IRT は知識の習得状態が連続値であり、習得状態の遷移幅をデータから最適化することができるため、より正確な知識の習得度を推定することができたと考えられる。一方、状態数  $S = 2$  の提案モデル 1 は、他の BKT モデルに比べて推定精度が低い結果となった。知識の習得度をロジスティック関数従わせる制約が本研究で用いた学習データに適応しなかったために、推定精度が低くなったと考えられる。提案モデル 1 が適応可能な学習過程を判断するためには、学習データを変更して実験を行う必要がある。

## 8. むすび

本研究では、学習過程で学習者の知識の習得度を推定する新たな手法として、LogisticHMM に個人パラメータと課題パラメータを拡張した手法と、BKT の一般化としての堤ら [堤 19] の HM-IRT モデルを提案した。従来の BKT や IRT の手法を用いて、学習者の知識の習得度の推定精度を比較したところ、HM-IRT モデルが最も推定精度が高くなることがわかった。HM-IRT モデルが BKT の知識状態を連続値とした一般化モデルとして有効であることを示した。

## 参考文献

- [Baker 04] Baker,B,F, and Kim,S.: Item Response Theory: Parameter Estimation Techniques, Second Edition, NY: Marcel Dekker, Inc,2004(2004)
- [Corbett 95] A.T. Corbett and J.R. Anderson, "Knowledge tracing: Modeling the acquisition of procedural knowledge," User Modeling and User-Adapted Interaction, vol. 4, no. 4, pp. 253-278(1995)
- [David 16] David,B,Y.Sega,A and Gal,Y.:Sequencing Educational Content in Classrooms using Bayesian Knowledge Tracing,the Sixth International Conference,(2016)
- [Lord 68] Lord,F and Novick,M.:Statistical theories of mental test scores, Addison-Wesley, (1968)
- [MacHardy 15] MacHardy,Z.:EECS Department University of California, Berkeley Technical Report,No. UCB/EECS-2015-98, May 14, (2015)
- [Martin 02] Martin,D,A and Quinn,Kevin.:Dynamic Ideal Point Estimation via Markov Chain Monte Carlo for the U.S.Supreme Court,1953-1999, Political Analysis,Volume 10, Issue 2,pp.134-153(2002)
- [Pelánek 18] Pelánek,R.:Conceptual Issues in Mastery Criteria: Differentiating Uncertainty and Degrees of Knowledge. Artificial Intelligence in Education,pp. 450-461 (2018).
- [Ueno 17] Ueno,M and Miyazawa,Y.:IRT-based adaptive hints to scaffold learning in programming, IEEE Transactions on Learning Technologies, Vol.14, No.8(2017)
- [Uto 16] Uto,M and Ueno.M:Item Response Theory for Peer Assessment, IEEE Transactions on Learning Technologies,Vol.9,No.2,pp.157-170(2016)
- [Wang 13] Wang Xiaojing, Berger,O,James and Burdick,Donald.:Bayesian analysis of dynamic item response models in educational testing,The Annals of Applied Statistics 2013, Vol. 7, No. 1, 126-153(2013)
- [Yudelso 13] Yudelso.M, Koedinger.K, G.J. Gordon, "Individualized Bayesian Knowledge Tracing Models," Artificial Intelligence in Education 2013, Springer, pp. 171-180,(2013)
- [堤 19] 堤 瑛美子, 宇都雅輝, 植野真臣:ダイナミックアセスメントのための隠れマルコフ IRT モデル, 電子情報通信学会論文誌 Vol.J102-D, No.2, pp.79-92, (2019)