

株式とETFの裁定取引にかかるコストと流動性の関係 —人工市場によるシミュレーション分析—

Relationship between Liquidity and Costs of Arbitrage Trading for Stocks and ETF
— Investigation by Agent-Based Model —

水田孝信^{*1}

Takanobu Mizuta

^{*1} スパークス・アセット・マネジメント株式会社

SPARX Asset Management Co., Ltd.

We built the artificial market model (agent-based model) that includes two stocks and one ETF (Exchange Traded Fund) and one arbitrage-agent. We investigated relationship between liquidity and arbitrage costs by the model. Our simulation results showed that when costs are smaller than volatility chances of arbitrage happen more times, number of trades by the arbitrage agent increases and the price difference between ETF and stocks becomes narrower.

1. はじめに

ETF(Exchange Traded Funds, 上場投資信託)は多くの株式や債券などに分散投資された投資信託(ファンド)であるとともに、証券取引所で取引できる。そのため近年、手軽な分散投資を提供する商品として、投資家に広く普及した。一方で、一部のETFは注文量や取引量が少なく取引したいときに適切な価格で取引しづらい(流動性が低い)状況になっていた。ETFは組み入れている株式をすべて集めたものと交換ができる。そのため、ETFと組み入れ株式に価格差があるときに、安いほうを買い、交換を行い^{*1}、高いほうを売って価格差を利益とすることができる。このような取引を裁定取引とよぶが、これを行う参加者が増えることが、ETFが適切な価格で取引され流動性が向上するのに重要であると言われている^{*2}。

例えば、東京証券取引所は流動性が低いETFの流動性を高めるため、ETFに注文を常にだしておき(マーケットメイク)、利益の機会があれば裁定取引を行う専門業者(マーケットメイカー)には取引手数料を引き下げるなどの制度を2018年に導入した[東証17]。

しかし、裁定取引にかかるコストによってETFや株式の流動性がどのように変化するか、そのメカニズムはどのようなものなのかといったことは分かっていない。

実証研究のみではこのようなまだ導入したことがない手数料体系を調べたり、その変更の純粋な効果やメカニズムを議論したりするのは困難である。このような議論をするのにすぐれた手法として、コンピュータ上で仮想的にその状況を作り出し検証する、エージェントベースドモデルの一種である人工市場モデルを用いたシミュレーションがある[LeBaron 06, Chen 12, Todd 16]。これまでの伝統的な経済学で使われてきた手法にはない強みがあるとして、NatureとScienceに人工市場モデルに期待を寄せる論考が掲載されている[Farmer 09, Battiston 16]。

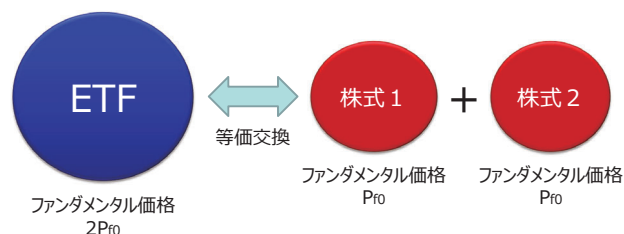


図1: ETF1株は、株式1の1株と株式2の1株の計2株と交換できる

そして、人工市場モデルを用いたシミュレーション研究はバブルや金融危機の発生メカニズムの解明に貢献したことはもちろん、現実の金融市場の規制や制度、ルールの変更の議論に多くの貢献した[Mizuta 16b, 和泉 17]。また、東京証券取引所の持ち株会社、日本取引所グループは人工市場モデルを用いて制度変更を検討した研究を“JPX ワーキングペーパー”^{*3}として数多く公表している。

先物やETFと株式との裁定取引を人工市場モデルで扱った研究はあった[Xu 14, Torii 15]。しかし、裁定取引にかかるコストによって流動性がどのように変化するか人工市場モデルで調べた研究はない。

そこで本研究では[水田 13]の人工市場モデルをベースに、2つの株式とそれら合計と同じ価値のある1つのETFという3つの証券に拡張(図1)し、これらの証券間の裁定取引を行うエージェントを実装したモデルを構築した。そして、株式とETFの裁定取引にかかるコストによって流動性がどのように変化するかを調べた。

2. 人工市場モデル

[Chiarella 02]では、シンプルでありながら、実証分析で得られた長期間に存在する価格変動の統計的性質(stylized fact)を再現できるエージェントモデルの構築に成功している。[水田 13]では、[Chiarella 02]のモデルをベースにモデルを構築し、[Chiarella 02]のモデルでは再現されていなかったミリ秒

連絡先: mizutata@gmail.com

<http://mizutatakanobu.com>

当日の発表スライドは以下にあります

<http://mizutatakanobu.com/201906.pdf>

^{*1} 実際にはこの交換の作業は後回しで行う。

^{*2} これら背景の詳しい解説として[東証17]がある。また、ETFに限らず、株式などの流動性は社会の発展に非常に重要である。詳しい解説として[水田 18]がある。

^{*3} <http://www.jpx.co.jp/corporate/research-study/working-paper/>

ETF			株式1			株式2		
売り	価格	買い	売り	価格	買い	売り	価格	買い
7	20300		30	10400		50	10400	
10	20200		44	10300		70	10300	
	20100		70	10200		90	10200	
	20000		134	10100		116	10100	
→	19900	1	→	10000	120	→	10000	154
	19800	10		9900	88		9900	60
	19700	6		9800	52		9800	55
	19600	4		9700	25		9700	31

図 2: 裁定取引の例

からマイクロ秒といった短い時間スケールでの性質 (マーケット・マイクロ・ストラクチャー) も再現した。

本研究では [水田 13] の人工市場モデルをベースに、2つの株式とそれら合計と同じ価値のある1つのETFという3つの証券に拡張 (図 1) し、これらの証券間の裁定取引を行うエージェントを実装したモデルを構築した。本研究の目的にはモデルがシンプルであることはとても重要である。本モデルの構築の基本理念は [水田 16a] の付録 “モデル構築の基本理念” にて説明されている。

本モデルは2つの株式とそれら合計と同じ価値のある1つのETFという3つの証券を取引対象とする (図 1)。いずれの証券も価格決定メカニズムは、ザラバ方式 (continuous double auction) *4 とし、独立して価格の決定・売買が行われる。注文できる価格の変化幅の最小単位 (呼値の刻み) は δP とし、注文価格のそれより小さい端数は、買い注文の場合は切り捨て、売り注文の場合は切り上げる。

いずれかの証券のみを売買する多数 (各証券に n 体、全部で $3n$ 体) のノーマルエージェントと、3つの証券に対して裁定取引を行う1体の裁定エージェントが存在する。いずれのエージェントも保有する証券の数量に制限はなく (キャッシュが無限大)、マイナスの保有数量 (空売り) にも制限はない。

2.1 ノーマルエージェント

各証券に対してそれぞれ n 体のノーマルエージェントが売買に参加する。ノーマルエージェントは、実際の市場の価格形成の性質を再現するために導入するものであり、stylized fact や高頻度取引にかかわる統計量を再現するなるべくシンプルな、ごく一般的な投資家をモデル化したものとした。エージェント番号 $j = 1$ から順番に $j = 2, 3, 4, \dots$ と注文を出す。 $j = n$ が注文を出すと、次の時刻にはまた $j = 1$ から注文を出し繰り返される。注文数量は常に1株と一定とする。また、各証券の注文の量 (流動性) を調整するため、ETF では注文は定数 $k (0 < k < 1)$ の割合でしか実行されず、実行されなかったエージェントはなにもせず次のエージェントに順番が移る。株式1, 2 ではすべてエージェントが注文を行う。そのため、ETF の注文量は株式1, 2 のそれの $k (< 1)$ 倍と少なくなる。

注文価格 $P_{o,j}^t$, 売り買いの別を以下のように決める。各証券の時刻 t にエージェント j が予想する価格の変化率 (予想リターン) $r_{e,j}^t$ は、

$$r_{e,j}^t = \frac{w_{1,j} \log(P_f/P^t) + w_{2,j} r_{h,j}^t + w_{3,j} \epsilon_j^t}{w_{1,j} + w_{2,j} + w_{3,j}} \quad (1)$$

とする。ここで、 $w_{i,j}$ はエージェント j の i 項目の重みであり、シミュレーション開始時に、それぞれ0から $w_{i,max}$ まで

*4 ザラバ方式は、売り手と買い手の双方が価格を提示し、売り手と買い手の提示価格が合致するとその価格で直ちに取引が成立する方式である [東証 15]。

一様乱数で決める。 $\log$ は自然対数である。 P_f は時間によらず一定のファンダメンタル価格であり株式1または2の場合 $P_f = P_{f0}$, ETF の場合 $P_f = 2P_{f0}$ である。 P^t は各証券それぞれの取引価格、 ϵ_j^t は各証券の時刻 t , エージェント j の乱数項であり、平均0, 標準偏差 σ_ϵ の正規分布乱数である。 $r_{h,j}^t$ は各証券の時刻 t にエージェント j が計測した過去リターンであり、 $r_{h,j}^t = \log(P^t/P^{t-\tau_j})$ である *5。ここで τ_j はシミュレーション開始時に1から τ_{max} までの一様乱数でエージェントごとに決める。

予想リターン $r_{e,j}^t$ より予想価格 $P_{e,j}^t$ は、 $P_{e,j}^t = P^t \exp(r_{e,j}^t)$ で求まる。注文価格 $P_{o,j}^t$ は平均 $P_{e,j}^t$, 標準偏差 P_σ の正規分布乱数で決める。ここで、 P_σ は定数である。そして、売り買いの別は予想価格 $P_{e,j}^t$ と注文価格 $P_{o,j}^t$ の大小関係で決める。すなわち、 $P_{e,j}^t > P_{o,j}^t$ なら1株の買い $P_{e,j}^t < P_{o,j}^t$ なら1株の売りとする *6。注文を行ってからキャンセル時間 t_c だけ経過した注文はキャンセルする。

2.2 裁定エージェント

ETF1株は、株式1の1株と株式2の1株の計2株と等価であり、各証券の取引価格がいくらであったとしても交換できる。そのため、ETFを買った価格が株式1と2を売った価格の合計より小さければ、その差額が利益となる (その逆もしかりである)。というのも、安く買ったETFを株式1と2に交換して高く売ればその差額が利益となるからである。このような価格差を利益とする取引を裁定取引とよばれており、裁定エージェントは裁定取引を行う。裁定エージェントはいつでも注文を出したり、変更したりできるとする。

図2は、各証券の注文状況の例である。株式1と2の最も高い買い注文の価格の合計は20000 (=10000+10000) である。一方、ETFの最も高い買い注文の価格は19800であり、19900には買い注文は入っていなかったとする。裁定エージェントはETFへ19900の1株の買い注文 (赤字) を入れ待機する。もし、この注文が成立し、ETF1株を手に入れたら、このETF1株を株式1, 2それぞれ1株ずつと交換し、株式1と2を各10000で1株ずつ売れば、差額の100が利益となる。もちろん逆の裁定取引も可能である。すなわち、まずETFを借りてきて高く売り、株式を安く買ってETFに交換して返し、その差額が利益となる。

以上の例では、取引にかかるコストをゼロとしたが、実際にはコストがかかる。本モデルでは上記の一連の取引にかかるすべてのコストと、1回の裁定取引に必要な利益額の合計を $C = c \times P_{f0}$ と定義する。 C には必要な利益も含んでいるので、上記の価格差が C となる取引ができる場合、裁定取引を行うことができる。

今、株式1, 2, およびETFの最も高い買い注文の価格をそれぞれ B_1, B_2, B_{ETF} , それらの最も安い売り注文の価格をそれぞれ S_1, S_2, S_{ETF} とする。裁定エージェントは、 $B_{ETF} < B_1 + B_2 - C$ のとき、ETFに価格 $B_1 + B_2 - C$ の1株の買い注文を、 $S_{ETF} > S_1 + S_2 + C$ のとき、ETFに価格 $S_1 + S_2 + C$ の1株の売り注文を出す。両方出す場合もあることに注意。その後、ETFに出していた買い注文が成立したら、直ちに株式1と2にそれぞれ価格 B_1, B_2 の売り注文を1株ずつ出す。これらの注文は対当する注文がすでに存在するのですぐに取引が成立し、裁定取引が完了する。ETFに出していた売り注文が

*5 ただし、 $t < \tau_j$ のときは、 $r_{h,j}^t = 0$ とした。

*6 ただし、 $t < t_c$ のときは十分な板の厚さを確保するため、 $P_f > P_{o,j}^t$ なら1株の買い、 $P_f < P_{o,j}^t$ なら1株の売りとする。また、 $P^t = P_f$ とする

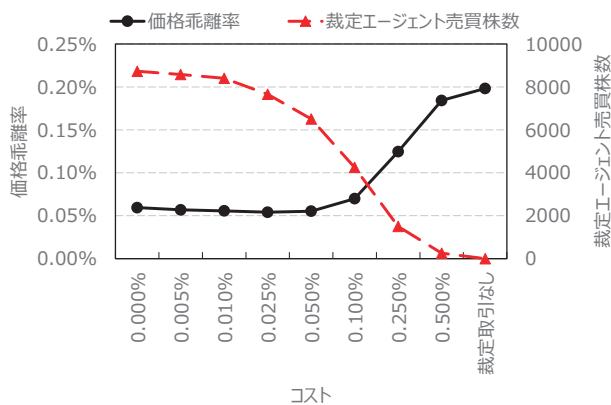


図 3: 価格乖離率と裁定エージェントの売買株数

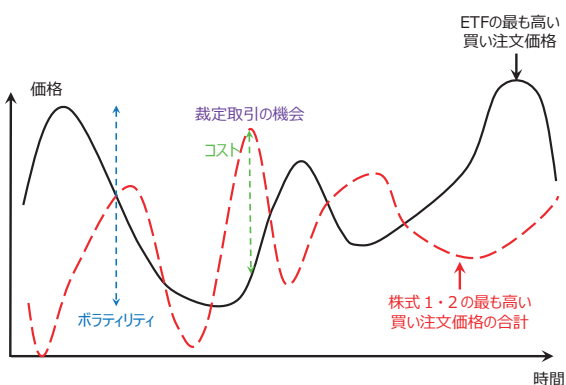


図 4: ボラティリティとコストの関係

成立したら、直ちに株式1と2にそれぞれ価格 S_1, S_2 の買い注文を1株ずつ出す。また、 $B_1, B_2, B_{ETF}, S_1, S_2, S_{ETF}$ のいずれかが変更になれば、注文を入れない。

裁定エージェントのこれらの取引は必ず C だけの価格差を確保しており損失を出すことはないが、裁定取引の機会が全くない可能性はある。

3. シミュレーション結果

本研究では [水田 13] と同じ以下のパラメータを用いる。具体的には、 $n = 1000, w_{1,max} = 1, w_{2,max} = 10, w_{3,max} = 1, \tau_{max} = 10000, \sigma_\epsilon = 0.06, P_\sigma = 30, t_c = 20000, \delta P = 0.01, k = 0.1, P_{f0} = 10000$ とした。つまり各証券のファンダメンタル価格は、株式1, 2が $P_{f0} = 10000$, ETFが $2P_{f0} = 20000$ である。またシミュレーションは時刻 $t = t_e = 1000000$ まで行った*7。また、 $c = 0\%, 0.005\%, 0.01\%, 0.025\%, 0.05\%, 0.1\%, 0.5\%$, および裁定エージェントがいない場合に対して、その他の条件を乱数表も含め全く同じにして、各種統計値を算出した。これを、乱数表を変更して100回行い、その平均値を用いる。

図3はコスト c ごとの価格乖離率と裁定エージェントの売買株数である。価格乖離率は株式1と2の価格の合計とETFの価格がどれだけ乖離していたかを示す指標であり、 $M_d =$

*7 これらのパラメータの妥当性検証については [水田 16a] の付録「モデルの妥当性検証」で説明した。

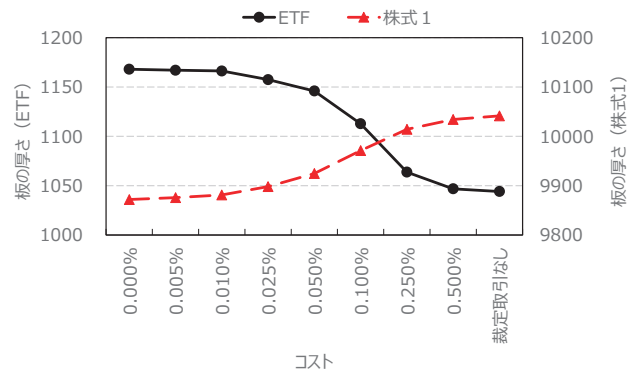


図 5: 板の厚さ

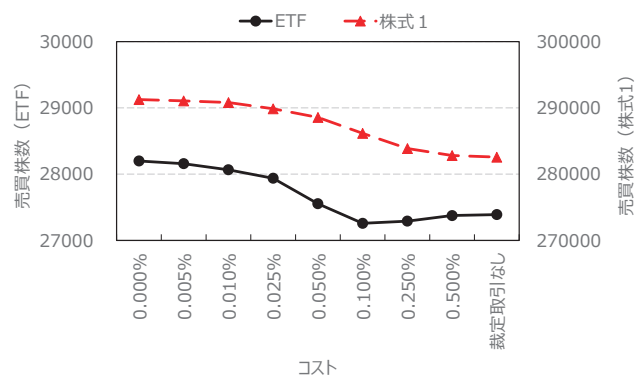


図 6: 全売買株数

$(1/te) \sum_{t=1}^{te} |P_{ETF}^t - (P_1^t + P_2^t)| / |P_1^t + P_2^t|$ と定義した。ここで、 P_{ETF}^t, P_1^t, P_2^t はそれぞれ時刻 t における ETF, 株式1, 2の価格、 $||$ は絶対値である。

コストが減少すると裁定エージェントの売買が増え、価格の乖離が減っている。価格の乖離はコストが0.1%付近を閾値に急激に変化している。この値はちょうど、10期ごとの株式のリターンの標準偏差（ボラティリティ）である0.11%に近い値である。そのため、コストがボラティリティに比べ、高いか低いか重要な境界であることが考えられる。

図4は、ボラティリティとコストの関係を示した模式図である。赤い破線は株式1, 2の最も高い買い注文の価格の合計、黒い線はETFの最も高い買い注文の価格である。そのため、赤い破線が黒い線よりコスト以上に上に来た場合のみ、裁定取引の機会がある。一方、各証券はボラティリティ程度の幅を持って価格が変動している。そのため、ボラティリティよりコストが小さければ裁定の機会が訪れやすく、裁定エージェントの売買が増え、ETFと株式の価格の乖離が小さくなる。

図5はETFと株式1の板の厚さ（待機している注文量）を示している。板の厚さは最も高い買い注文価格と最も安い売り注文価格の平均から $\pm 0.1\%$ の範囲にある注文株数の合計の全時間で平均である。ETFはコストが下がると板が厚くなっており、特にコスト0.1%付近で大きく変化している。株式1は逆の傾向となっている。図6はノーマルエージェントも含めた全売買株数である。ETF, 株式1ともにコストが低くなると売買が増えている。コストの減少により株式1の板の厚さが減少し売買が増えていることは、株式1の待機注文が裁定取引と対当していると考えれば整合的である。

4. まとめと今後の課題

本研究では [水田 13] の人工市場モデルをベースに、2つの株式とそれら合計と同じ価値のある1つのETFという3つの証券に拡張 (図 1) し、これらの証券間の裁定取引を行うエージェントを実装したモデルを構築した。そして、株式とETFの裁定取引にかかるコストによって流動性がどのように変化するかを調べた。

その結果、ボラティリティよりコストが小さければ裁定の機会が訪れやすく、裁定エージェントの売買が増え、ETFと株式の価格の乖離が小さくなることが分かった。また板の厚さを見ると、ETFはコストが下がると板が厚くなっており、株式は逆の傾向となることが分かった。また、ETF、株式ともにコストが低くなると売買が増えていることも示した。コストの減少により株式の板の厚さが減少し売買が増えていることは、株式の待機注文が裁定取引と対当していると考えれば整合的である。

ただし実際には、売買の量が増えればより多くの量を注文する市場参加者もいる。この効果を取り入れれば株式においてもコストが下がると注文量が増え、板の厚さも厚くなる可能性もあり、今後の課題である。

留意事項

本論文はスパークス・アセット・マネジメント株式会社の公式見解を表すものではありません。すべては個人的見解であります。

参考文献

- [Battiston 16] Battiston, S., Farmer, J. D., Flache, A., Garlaschelli, D., Haldane, A. G., Heesterbeek, H., Hommes, C., Jaeger, C., May, R., and Scheffer, M.: Complexity theory and financial regulation, *Science*, Vol. 351, No. 6275, pp. 818–819 (2016), <http://science.sciencemag.org/content/351/6275/818>
- [Chen 12] Chen, S.-H., Chang, C.-L., and Du, Y.-R.: Agent-based economic models and econometrics, *Knowledge Engineering Review*, Vol. 27, No. 2, pp. 187–219 (2012), <http://dx.doi.org/10.1017/S0269888912000136>
- [Chiarella 02] Chiarella, C. and Iori, G.: A simulation analysis of the microstructure of double auction markets, *Quantitative Finance*, Vol. 2, No. 5, pp. 346–353 (2002), <https://doi.org/10.1088/1469-7688/2/5/303>
- [Farmer 09] Farmer, J. D. and Foley, D.: The economy needs agent-based modelling, *Nature*, Vol. 460, No. 7256, pp. 685–686 (2009), <https://www.nature.com/articles/460685a>
- [和泉 17] 和泉 潔, 川久保 佐記, 米納 弘渡: 第5章 強靱な金融システム, 古田 一雄 (編), レジリエンス工学入門, 日科技連出版社 (2017), <http://www.juse-p.co.jp/cgi-bin/html.pl5?i=ISBN978-4-8171-9624-8>
- [LeBaron 06] LeBaron, B.: Agent-based computational finance, *Handbook of computational economics*, Vol. 2, pp. 1187–1233 (2006), [http://dx.doi.org/10.1016/S1574-0021\(05\)02024-1](http://dx.doi.org/10.1016/S1574-0021(05)02024-1)
- [水田 13] 水田 孝信, 早川 聡, 和泉 潔, 吉村 忍: 人工市場シミュレーションを用いた取引市場間におけるティックサイズと取引量の関係性分析, JPX ワーキング・ペーパー, No. 2, 日本取引所グループ (2013), <http://www.jpx.co.jp/corporate/research-study/working-paper/>
- [水田 16a] 水田 孝信, 和泉 潔: 人工市場シミュレーションを用いたバッチオークションの分析, JPX ワーキング・ペーパー, No. 17, 日本取引所グループ (2016), <http://www.jpx.co.jp/corporate/research-study/working-paper/>
- [Mizuta 16b] Mizuta, T.: A Brief Review of Recent Artificial Market Simulation (Agent-Based Model) Studies for Financial Market Regulations and/or Rules, *SSRN Working Paper Series* (2016), <http://ssrn.com/abstract=2710495>
- [水田 18] 水田 孝信: なぜ株式市場は存在するのか?, スパークス・アセット・マネジメント (2018), <https://www.sparx.co.jp/report/special/2174.html>
- [Todd 16] Todd, A., Beling, P., Scherer, W., and Yang, S. Y.: Agent-based financial markets: A review of the methodology and domain, in *Computational Intelligence for Financial Engineering Economics (CIFER), 2016 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence on* (2016), <https://doi.org/10.1109/SSCI.2016.7850016>
- [Torii 15] Torii, T., Izumi, K., and Yamada, K.: Shock transfer by arbitrage trading: analysis using multi-asset artificial market, *Evolutionary and Institutional Economics Review*, Vol. 12, No. 2, pp. 395–412 (2015), <https://doi.org/10.1007/s40844-015-0024-z>
- [東証 15] 東証: 東証公式 株式サポーター 株式取引編, 東京証券取引所 (2015), <http://www.jpx.co.jp/learning/tour/books-brochures/detail/08.html>
- [東証 17] 東証マネ部!: ETF が買いやすくなる「マーケットメイク」とは?, 東証マネ部! (2017), <https://money-bu-jpx.com/news/article006961/>
- [Xu 14] Xu, H.-C., Zhang, W., Xiong, X., and Zhou, W.-X.: An agent-based computational model for China's stock market and stock index futures market, *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2014, (2014), <http://dx.doi.org/10.1155/2014/563912>