# アドネットワークにおける内的コンバージョン価値を用いた広告主利益の最大化モデル 

Maximization of advertisers＇profit in AdNetwork using intrinsic value of conversion

河本哲<br>Satoshi Kawamoto

株式会社アイモバイル 技術本部

Technical Department，i－mobile Co．，Ltd．


#### Abstract

CPA （Cost Per Acquisition）is a crucial indicator for internet advertising．Generally，ad serving systems accept target CPA for advertising campaigns，and systems adjust bid prices according to their target CPA．But，when inputted target CPA are too low，advertisers will not be able to get enough conversions．In contrast，when target CPA are too high，advertising costs will be too high．In this study，we aim to construct a model to optimize advetisers＇profits．At first，we expressed the nonliniality between prices and conversions using Poisson regression model．Next，we derived a model to maximize advertisers＇profits．And then we investigated the behavior of the model by evaluating profits of advertisers and media．


## 1．はじめに

インターネット広告の成果指標のひとつに，CPA（Cost Per Acquisition）が存在する。CPA の定義はコンバージョン（広告を経由して，商品購入などの成果地点に到達すること）あた りにおける広告費を意味するが，指標としての重要性は極めて高い。多くのインターネット広告配信システムは，広告キャン ペーンの目標 CPA の入力を受け付け，目標 CPA に追随する ように，広告の入札金額を自動調整する機構を備えている。

本研究の対象となるクリック課金型のアドネットワークの特性として，必ずしもRTB（Real Time Bidding）のようなセカ ンドプライス型のオークション形式を取らない広告配信形式 であることが挙げられる。実際にクリックが発生したときは，広告主は入札クリック単価（あるいはセカンドプライス）を広告費として支払う必要があるが，入札クリック単価の最も高 い広告が無条件でメディアに表示される訳ではない。アドネッ トワークの配信最適化は西林が言及している通り，メディアの eCPM（effective Cost Per Mille，広告 1000 回表示あたりの メディアの収益）の最大化も要請されているため，CTR（Click Through Rate，クリック確率）もメディアに対する広告表示確率に影響する［西林 17］．

また実運用上，目標 CPA の数値が過度に大きければ 1 コン バージョンあたりのコストが過大になり，目標 CPA を過少に設定してしまうと入札競争に勝てないという問題がある。そこ で本研究では，広告キャンペーンに設定される目標 CPA とは別に，内在的なコンバージョン価値の存在を仮定し，広告主利益とメディア収益を適正化するモデルを検討した。その際，前提としてクリック発生時は広告主は入札クリック単価を支払う ものとする。

具体的には，まずメディア（広告掲載枠）に対する入札単価 と獲得コンバージョン件数との関係を，ポアソン回帰モデルを用いて表現するモデルを導出した。次に，導出された非線形曲線を利用して，広告掲載枠に対して広告主利益を最大化するよ うな目標 CPAをに割り当てるモデルを考案した。また，考案 されたモデルによって広告主の利益およびメディアの収益性が どのように変動したかをシミュレーションにより評価した。

連絡先：河本 哲，株式会社アイモバイル，Email：kawamoto＠i－ mobile．co．jp

## 2．関連研究

基本的にアドネットワークにおける最適化は，広告キャン ペーンの目標 CPA を満たしつつ，メディアの eCPM を最大化することを目標としている。

アドネットワークは DSP（Demand Side Platform）とは異 なり，一般的にはセカンドプライスオークションモデルを用い ない。クリック課金のアドネットワークの場合，広告主はク リック発生時に，入札金額を支払う必要がある。また，メディ ア側は eCPM の最大化を目標とするため，入札単価自体が高 くても CTR が低ければインプレッションを獲得出来ない。

これらの前提の上で例えば Thomson Samplingにより， eCPM を最大化するモデルが用いられたりする［西林 17］．ま た，契約 CPAを1 コンバージョンあたりの報酬額とみなし，線型最適化問題から広告主報酬を最大化するモデルも提案され ている［高野 2014］．またマルコフ決定過程により，CPM を最大化するメディアと広告の組み合わせを選択するモデルも提案されている［Truzzi 2012］．

## 3．広告主の利益を最大化する目標 CPA

## 3.1 「入札単価 $\propto$ 獲得コンバージョン」の関係が満た されるときの広告主の最大利益

ここではコンバージョン数と入札単価の間に正比例の関係が成り立つと仮定したときのキャンペーン $c$ の利益 $\Psi_{c}$ を最大化 するモデルを定式化する。

ある広告キャンペーンが配信可能なメディア（掲載枠）の集合を $S$ とする．$S$ に属する掲載枠 $s$ で発生する広告主利益を $\Psi_{c s}$ とすると，広告キャンペーン $c$ で発生する広告主利益は $\Psi_{c}=\sum_{s \in S} \Psi_{c s}$ となる。ここでコンバージョンの生み出す価値を $Y_{c}$ とし，掲載枠 $s$ に対する目標 CPA を $X_{c s}$ とし，見込 みコンバージョン件数を $N_{c s}$ とすると，$\Psi_{c}$ は次のように変形 される。

$$
\begin{align*}
\Psi_{c} & =\sum_{s \in S} \Psi_{c s}  \tag{1}\\
& =\sum_{s \in S} N_{c s}\left(Y_{c}-X_{c s}\right) \tag{2}
\end{align*}
$$

ここで「入札単価と獲得コンバージョン件数は正比例してい る」という仮定を導入する。キャンペーンの目標 CPA を $X_{c}$ として，$X_{c s}=r_{c s} X_{c}$ とおくと（すなわち掲載枠 $s$ に対して， キャンペーンの目標 CPA に見合う単価よりも $r_{c s}$ 倍の単価で入札している），$\Psi_{c}$ は下式で示される。

$$
\begin{equation*}
\Psi_{c}=\sum_{s \in S} r_{c s} N_{c s}^{\prime}\left(Y_{c}-r_{c s} X_{c}\right) \tag{3}
\end{equation*}
$$

ここに $N_{c s}^{\prime}$ は，$r_{c s}=1$ のときの $s$ における見込みコンバー ジョン件数である。 $\Psi_{c}$ を $r_{c s}$ で偏微分すると

$$
\begin{equation*}
\frac{\partial \Psi_{c}}{\partial r_{c s}}=-2 N_{c s}^{\prime} X_{c} r_{c s}+N_{c s}^{\prime} Y_{c} \tag{4}
\end{equation*}
$$

となるため，極値を取るとき $r_{c s}$ は

$$
\begin{equation*}
r_{c s}=\frac{Y_{c}}{2 X_{c}} \tag{5}
\end{equation*}
$$

となる．キャンペーンの目標 CPA が適切に（広告主利益を最大化するように）設計されている場合，$r_{c s}=1$ となる。 すな わち，目標 CPA をコンバージョン価値の 0.5 倍の値に設定す ることで，広告主効果を最大化することが出来る。
以上の議論により「入札単価と獲得コンバージョン件数は正比例している」状況であれば，$Y_{c}=2 X_{c}$ が広告主効果を最大化する目標 CPA となる。

## 3.2 入札単価とコンバージョン件数の非線形性

前節では，入札単価とコンバージョン件数との間に正比例の関係が成り立つ上での，最適な目標 CPA の定式化を行った。 しかしながら，実際には入札単価とコンバージョン件数との間は非線形な関係であるため，掲載枠 $s$ に対する最適な目標 CPA は，必ずしもコンバージョン価値の 0.5 倍とはならない。 また，一般的にコンバージョンの発生確率は低いため，説明変数を入札 CPC として，被説明変数をコンバージョン件数とす るモデルを直接構築することは困難である。そこで，掲載枠 $s$ の CVR は時間経過で変動しないと仮定して，説明変数を $r_{c s}$ とし，被説明変数をクリック数 $y_{c s}$ としたモデルを構築するこ とを考える。具体的なモデルは下式の通り。

$$
\begin{equation*}
\widehat{y_{c s}}=e^{a_{c s}+b_{c s} \log r_{c s}} \tag{6}
\end{equation*}
$$

パラメータ $a_{c s}, b_{c s}$ は，ポアソン回帰モデルを用いた最尤推定法で求める。まず，一般化線形モデルにおける線型予測子を $a_{c s}+b_{c s} \log r_{c s}$ とする。また，リンク関数を $g\left(\mu_{c s}\right)=\log \mu_{c s}$ とする．ここに $\mu_{c s}$ は $r_{c s}$ の期待値である。リンク関数の逆関数は $g^{-1}\left(\mu_{c s}\right)=e^{\mu_{c s}}$ であるため，クリック回数の期待値は下式で表現される。

$$
\begin{equation*}
\mu_{c s}=e^{a_{c s}+b_{c s} \log r_{c s}} \tag{7}
\end{equation*}
$$

これはポアソン分布のパラメータとなるため，ポアソン回帰の尤度は下式の通りとなる。

$$
\begin{equation*}
L_{c s}=\prod_{t=1}^{n} \frac{\mu_{c s}^{y_{c s t}}}{y_{c s t}!} e^{-\mu_{c s}} \tag{8}
\end{equation*}
$$

$t$ は日付であり，過去 $n$ 日分の入札データとクリック数データ を用いて尤度を求めている。対数尤度を最大化する $a_{c s}, b_{c s}$ を求めることで，回帰モデルを推定出来る。具体的な推定方法と して，ニュートン法を用いることとする。

ニュートン法のパラメータ更新式は式（9）で示される通り である。ここに $a_{c s}^{\prime}, b_{c s}^{\prime}$ は更新後の $a_{c s}, b_{c s}$ であり，十分に収束したときに計算を終了する。本研究では，収束の閾値は $1.0 \times 10^{-7}$ とした。また，$a_{c s}$ および $b_{c s}$ の初期値はそれぞれ $a_{c s}=5.0, b_{c s}=1.0$ とした．

$$
\left[\begin{array}{c}
a_{c s}^{\prime}  \tag{9}\\
b_{c s}^{\prime}
\end{array}\right]=\left[\begin{array}{c}
a_{c s} \\
b_{c s}
\end{array}\right]-\left[\begin{array}{ll}
\frac{\partial^{2} \log L_{c s}}{a_{2 s} L_{s}} & \frac{\partial^{2} \log L_{c s}}{\partial c_{c s} b_{c s}} \\
\frac{\partial^{2} \log L_{c s}}{\partial a_{c s} \partial b_{c s}} & \frac{\partial^{2} \log L_{c s}}{\partial b_{c s}^{2}}
\end{array}\right]^{-1}\left[\begin{array}{l}
\frac{\partial \log L_{c s}}{\partial a_{c s}} \\
\frac{\partial \log L_{c s}}{\partial b_{c s}}
\end{array}\right]
$$

以上の手順により式（6）のパラメータ $a_{c s}, b_{c s}$ が求められる。 ここで，掲載枠 $s$ に対して広告キャンペーンが配信される際， CVRは一定であると仮定すると，$N_{c s}$ は下式のような比例関係が得られる。

$$
\begin{equation*}
N_{c s} \propto e^{a_{c s}} r_{c s}^{b_{c s}} \tag{10}
\end{equation*}
$$

これを用いると，広告主利益 $\Psi_{c}$ は

$$
\begin{equation*}
\Psi_{c} \propto \sum_{s \in S} e^{a_{c s}} r_{c s}^{b_{c s}}\left(Y_{c}-r_{c s} X\right) \tag{11}
\end{equation*}
$$

と表現される。

## 3.3 非線形性を考慮した広告主利益最大化

広告主利益は式（11）で示されるような比例関係を持ってい ることを前節の議論で述べた。ここで $\Psi_{c}$ を $r_{c s}$ で偏微分す ると

$$
\begin{equation*}
\frac{\partial \Psi_{c}}{\partial r_{c s}} \propto e^{a_{c s}} r_{c s}^{b_{c s}-1}\left(Y_{c} b_{c s}-X_{c}\left(b_{c s}+1\right) r_{c s}\right) \tag{12}
\end{equation*}
$$

となるため，極大値を取るときの $r_{c s}$ は

$$
\begin{equation*}
r_{c s}=\frac{b_{c s}}{b_{c s}+1} \frac{Y_{c}}{X_{c}} \tag{13}
\end{equation*}
$$

となる。これにより，広告主利益を最大化するような掲載枠 $s$ への入札クリック単価 $z_{c s}$ は，CVR の推定値 $\theta_{c s}$ を用いて

$$
\begin{equation*}
z_{c s}=\left(\frac{b_{c s}}{b_{c s}+1} \frac{Y_{c}}{X_{c}}\right) X_{c} \theta_{c s}=\frac{b_{c s}}{b_{c s}+1} Y_{c} \theta_{c s} \tag{14}
\end{equation*}
$$

となることが分かる。また，式（5）は $b_{c s}=1$ となった場合の解であることも分かる。

## 4．広告主利益最大化シミュレーション

## 4.1 シミュレーション概要

前章での議論で，広告主利益を最大化する $r_{c s}$ の求め方が分 かった。この章ではシミュレーションにて，$r_{c s}=1$ と固定し た場合と比べて広告主利益がどのように変化したかを評価し， メディアの収益変化についても考察を加える。
今回のシミュレーションでは，目標 CPA および CTR，CVR の異なる 10 個の仮想的なキャンペーンを作成し，ある特定の掲載枠ひとつに対して広告配信が行われている状況を想定す る．この掲載枠の総インプレッション数は 1 日あたり 1000000件であるとし，広告の配信期間は 60 日間とする。仮想的なキャ ンペーンの目標 CPA，CTR，CVR の特性を表1に示す。ま た，各広告キャンペーンは，CTR および CVR の真値を持つ ものとしてシミュレーションを行っているが，キャンペーンお よびメディア側から真値を直接知ることは出来ないものとす る．また，メディア側はeCPM が高くなるようなキャンペー ンの選択を行うとする。

今回は，インプレッションが発生するごとに，メディア側は下式で示されるような SoftMax 関数を用いてキャンペーン選択処理を行うものとする．キャンペーン選択後のクリックおよび コンバージョン判定はCTR，CVR の真値（キャンペーンごと に固定）を用いて行うこととする。温度パラメータは $\tau=163$ はとした。

$$
\begin{equation*}
P(c)=\frac{\exp \left(\frac{R_{c}}{\tau}\right)}{\sum_{l=1}^{10} \exp \left(\frac{R_{l}}{\tau}\right)} \tag{15}
\end{equation*}
$$

ここに，$P(c)$ は掲載枠 $s$ にインプレッションが発生した際に， キャンペーン $c$ が選択される確率である。また $R_{c}$ は，キャン ペーン $c$ のeCPM であり，下式で求められる。

$$
\begin{equation*}
R_{c}=1000 \times w_{c s} \theta_{c s} \tag{16}
\end{equation*}
$$

ここに $w_{c s}$ はキャンペーン $c$ の掲載枠 $s$ に対する推定 CTR で ある．また $b_{c s}$ の範囲は $0.5 \leq b_{c s} \leq 3.0$ に収まるように制約 を加えた。 $b_{c s}$ が小さすぎると，メディア側が採用しているバ ンディットアルゴリズムにより，キャンペーンが殆ど選択され なくなってしまう。 $b_{c s}$ があまりに大きくなってしまうと，入札単価を少し高くしただけでもインプレッションを大幅に（過度に）多く獲得可能であるという推定になってしまう。

表1：広告キャンペーンの特性

| キャンペーン ID | 目標 CPA | CTR | CVR |
| ---: | ---: | :---: | :---: |
| 1 | 213 円 | $1.95 \%$ | $3.78 \%$ |
| 2 | 222 円 | $3.11 \%$ | $1.37 \%$ |
| 3 | 996 円 | $1.71 \%$ | $3.50 \%$ |
| 4 | 862 円 | $1.25 \%$ | $4.83 \%$ |
| 5 | 341 円 | $0.85 \%$ | $3.78 \%$ |
| 6 | 1174 円 | $1.16 \%$ | $1.99 \%$ |
| 7 | 962 円 | $2.14 \%$ | $4.16 \%$ |
| 8 | 542 円 | $1.44 \%$ | $4.21 \%$ |
| 9 | 697 円 | $3.49 \%$ | $4.13 \%$ |
| 10 | 395 円 | $2.60 \%$ | $2.99 \%$ |

## 4.2 学習データ作成方法

式（6）の係数 $a_{c s}, b_{c s}$ を求めるには，$r_{c s}$ および $y_{c s}$ の学習 データを与える必要がある。被説明変数の学習データには，過去の日付 $t$ におけるクリック数 $y_{c s t}$ を与えれば良いが，説明変数の学習データ $r_{c s t}$ の作成方法が問題となる。本研究では $r_{c s t}$ は過去の入札単価 $z_{c s t}$ を用いて，下式で導出されるもの とした。

$$
\begin{equation*}
r_{c s t}=\frac{z_{c s t}}{\theta_{c s} X_{c}} \tag{17}
\end{equation*}
$$

すなわち「（過去の）日付 $t$ で，単価 $z_{c s t}$ で入札が行われた」事実を，「（日付 $t$ 時点で）掲載枠 $s$ に対して，キャンペーンの目標 CPA に対して $r_{c s t}$ 倍の単価で入札した」と解釈し直してい ることになる。
また，$w_{c s}$ および $\theta_{c s}$ の値はベータ分布 $\operatorname{Beta}(\alpha, \beta)$ を事前分布としてベイズの定理により推定した。例えば $u_{c}$ 回のインプ レッションの内，$v_{c}$ 回クリックが発生したとすると，CTR の事後分布は $\operatorname{Beta}\left(\alpha+v_{c}, \beta+u_{c}-v_{c}\right)$ となるため $w_{c s}$ はベー タ分布の期待値を用いて

$$
\begin{equation*}
w_{c s}=\frac{\alpha+v_{c}}{\left(\alpha+v_{c}\right)+\left(\beta+u_{c}-v_{c}\right)}=\frac{\alpha+v_{c}}{\alpha+\beta+u_{c}} \tag{18}
\end{equation*}
$$

となる．また，$x_{c}$ 件のコンバージョンが得られたとすると，$\theta_{c s}$ も同様に $\operatorname{Beta}\left(\alpha+x_{c}, \beta+v_{c}-x_{c}\right)$ の期待値で求められる。 ベータ分布の事前パラメータは $\alpha=1, \beta=49$ とした。

## 4.3 シミュレーション手順

本研究で実施したシミュレーションの手順は，具体的には下記の通りである。

1．日付を $t=1$ として初期化する。
2．$w_{c s}, \theta_{c s}$ を各キャンペーンごとに求める。
3．現在の日付 $t$ 以前の，（最大で）過去 14 日分のデータを用 いて $r_{c s t}$ を求める。（ただし，$t \leq 6$ であるときは $r_{c s t}=1$ とする）
4．式（14）を用いて各キャンペーンの入札単価 $z_{\text {cst }}$ を決定 する。
5．各キャンペーンのeCPMを求める。
6． 1000000 回のインプレッションを発生させ，SoftMax 関数によりキャンペーン選択を行う，インプレッション発生後，クリックおよびコンバージョンが発生するかどう かは CTR，CVR の真値をもとに判定する。
7．日付 $t$ をインクリメントして，$t \leq 60$ である場合は手順 2．に戻る。

## 4.4 シミュレーション結果

まずは，$r_{c s}=1$ と固定して入札した場合（最適化無し）と，式（13）で示される $r_{c s}$ を用いて入札した場合（最適化有り）の，広告主利益およびメディアの eCPM に関するシミュレーショ ン結果についての議論を行う。簡単のため，eCPM を計算す る際，手数料などの控除は無いものとする。
図 1 および図 2 では，シミュレーション期間中（ 60 日間）に おける， 10 キャンペーンを合計した広告主総利益と最も利益を得たキャンペーンの利益（勝者利益とする）を示した．$r_{c s}=1$ と固定していた場合（図 1），広告主利益の総額（10キャンペー ンの合計）は1日あたりおおよそ 950，000円程度の金額となっ た。しかし式（13）にて導出される $r_{c s}$ を用いたとき，広告主利益の総額は 500,000 円前後に収束していった。また勝者利益 と広告主利益の総額が近い値となっている。この現象が発生す る理由として，学習の過程で $b_{c s}$ の値が大きくなり（すなわち高い単価で入札するほど大幅にインプレッションを獲得可能に なる，という学習をする）多くのキャンペーンの入札単価が高騰してしまうことが挙げられる。
メディア視点で考えると，収益性が向上し，eCPM がメディ ア本来の価値に収れんしていったと解釈できる。図3のeCPM の差を見ても分かる通り，メディアの収益性は向上している。
表 2：入札の高さと非線形性の評価

| キャンペーン ID | $r_{c s}$ | $b_{c s}$ |
| ---: | :---: | :---: |
| 1 | 1.062 | 1.132 |
| 2 | 0.667 | 0.500 |
| 3 | 1.500 | 3.000 |
| 4 | 1.500 | 3.000 |
| 5 | 0.667 | 0.500 |
| 6 | 1.013 | 1.025 |
| 7 | 1.500 | 3.000 |
| 8 | 1.362 | 2.137 |
| 9 | 1.484 | 2.876 |
| 10 | 1.303 | 1.869 |



図1：広告主利益（最適化無し）


図 2：広告主利益（最適化有り）


図 3：最適化の有無による eCPM 比較

## 5．結論

## 5.1 まとめ

本研究では，コンバージョンが持つ内在的な価値の存在を仮定して，クリック課金型のアドネットワークを対象とした広告主利益の最大化モデルの定式化を行った。また定式化したモデ ルを，アドネットワーク配信システムを模したシミュレーショ ンコードにより，広告主利益およびメディア収益の観点から評価した。具体的な結果としては，表2に示すように多くのキャ ンペーンが $r_{c s} 1$ となり，入札競争が激化することとなった。
そのため広告主視点で見ると入札競争の激化による全体的 な広告主の利益低下が発生している。

しかしメディア側の視点で判断すると，eCPMを効果的に高めることに成功していることになる．今回検討したモデルを用いない場合，すなわち広告主の内在的なコンバージョン価値 を考慮せずに目標 CPA のみをキャンペーンのパラメータとし て与えた場合，$Y_{c}=2 X_{c}$ が成り立つ条件下ではメディアの持 つ実質的な価値よりもインプレッションが安く買われてしまっ ていると解釈出来る。

## 5.2 今後の課題および展望

本研究では，コンバージョンの価値は目標 CPA の 2 倍であ ると仮定してシミュレーションを行った。これは広告運用者が，「広告配信によって得られるコンバージョン件数はクリック単価に比例する」と想定していると仮定し，かつ「運用者は目標 CPA を手動で適正に設定している」ことを前提としたシミュ レーションである。しかし $Y_{c}$ の値は，広告稼働開始時には不明であることが一般的であり（ユーザーがコンバージョンした としても，どの程度の利益を生み出すのか広告開始前の時点で は分からない），目標 CPA を妥当に設計することには大きな困難が伴う。しかしながらキャンペーンの稼働期間が長くなれ ば，顧客単価などの指標でコンバージョン価値を推測出来る可能性がある。

今回は，各キャンペーンの CTR および CVR の真値は固定値であるとみなしてシミュレーションを行った。しかし，イン プレッションが過大になるとユーザーが同一広告を何度も見る ことになり CTR や CVR が低下することも想定され得る。そ のため，CTR や CVR の時系列的な変化予測や，変化を前提 としたシミュレーションモデルの構築が課題である。

また本研究では，配信先の掲載枠が 1 つしか存在しない状況を想定したが，実際のアドネットワークでは配信先の朹数は数十万程度の規模になる。 $c, s$ の組み合わせによって CTR や CVR が異なってくる状況下で，キャンペーンのコンバージョ ン件数や CPA などの評価を行うことが課題である。

## 参考文献

［西林 17］西林 孝：アドネットワークにおける広告配信計画の最適化，人工知能学会誌，Vol．32，pp487－493（2017）
［高野 14］高野 祐一，和田 悠太郎，生田目 崇，村木 正昭：ア ドネットワークにおけるバナー広告入札戦略決定フレー ムワークの有効性の検証，情報科学研究，No．35，pp1－17 （2015）
［Truzzi 12］Truzzi FS，Freire V，Costa AHR，Cozman FG：Markov decision processes for Ad Network op－ timization，Encontro Nacional de Inteligencia Artifi－ cial（ENIA）（2012）

