4N2-J-7-04

協力グラフゲームにおける提携構造形成問題

Coalition structure generation problem in cooperative graph games

渡部恵海 [*1] Emi Watanabe　越村 三幸 [*1] Miyuki Koshimura　櫻井 祐子 [*2] Yuko Sakurai　横尾 真 [*1*3] Makoto Yokoo

[*1]九州大学 大学院システム情報科学府
Graduate School of Information Science and Electrical Engineering, Kyushu University

[*2]産業技術総合研究所 人工知能研究センター
National Institute of Advanced Industrial Science and Technology, AIRC

[*3]理化学研究所 革新知能統合研究センター AIP
RIKEN, Center for Advanced Intelligence Project AIP

In this paper, we consider coalition structure generation problem in cooperative graph games. The cooperative graph game is known as one of typical concise representation for cooperative games by using weighted undirected graph. We develop IP formalization and MaxSAT encoding to find the optimal coalition structure in cooperative graph games. The feature of our formalization is to introduce the symmetry breaking constraints and sort the agents into decreasing order of the sum of weights of the edges each agent belongs. Our experimental results show that the commercial solver GUROBI for IP formalization outperforms MaxSAT solver.

1. はじめに

協力ゲーム理論は，複数の自律的エージェントによる提携行動が可能な場合のエージェントの振る舞いに関する理論である [中山 08]．一般に，協力ゲームは，特性関数と呼ばれる関数でゲームが表現される．特性関数とは，エージェントの任意の部分集合 (提携) を入力として，提携値を出力する関数である．従来の協力ゲーム理論では，全てのエージェントが一つの提携を組む，全体提携が最も良いという仮定の下で議論されてきた．しかしながら，現実社会では，全体提携ではなく，エージェントらが複数の提携に分割して行動した方が良い場合がある．最適な提携構造を見つける問題は，提携構造形成問題と呼ばれ，近年，人工知能，特に，マルチエージェントシステムの研究分野で盛んに行われている [Rahwan 15]．

本研究では，特性関数が重み付き無向グラフで表現される，協力グラフゲームにおける，提携構造形成問題を考える．任意の特性関数を表記するためには，エージェント数を n とすると $O(2^n)$ の表記量が必要になる．そのため，特性関数を用いずに，問題を表現する簡潔記述法の提案が行われている．文献 [Deng 94] で，特性関数を簡潔に表現する，協力グラフゲームが提案されて以降，このゲームに関する研究が数多く存在する．しかしながら，計算複雑性に関する議論が主流であり，実際に最適化問題として定式化し，計算機実験を行っている研究は存在しない．本論文では，協力グラフゲームにおける提携構造形成問題を整数計画問題として定式化するとともに，MaxSAT 符号化を行う．ここで，MaxSAT は，SAT を最適化問題に拡張したものである．我々の定式化の主な特徴は，提携の番号が異なるだけで提携構造としては等しい解を排除するために，対称性を考慮した制約 (symmetry breaking constraints) を導入したことである．計算機実験では，整数計画問題を商用ソルバーを用いて解いた場合と MaxSAT 符号化によって MaxSAT ソルバーで解いた場合の比較実験を行う．さらに，計算機実験によって，エージェントの番号を，各エージェントに隣接する枝の重みの総和の降順に決定した方がランダムに決定するよりも早く求解可能であることを示す．

2. 協力グラフゲームにおける提携構造形成問題

協力グラフゲームは重み付き無向グラフ $G = (V, E, w)$ で表現される．$V = \{1, \ldots, n\}$ はノード集合であり，各ノードはエージェントを示す．$E \subseteq V^2$ は枝の集合を示し，各枝 $e = (i, i')$ に対する重みを $w_{i,i'} \in \mathbb{R}$ とする．重みがゼロの場合は枝を明示しない．枝の重みは，正負いずれの値も取ることができるとする．

任意のエージェントの提携 $S \subseteq V$ に対して，S の提携値 $v(S)$ は $v(S) = \sum_{(i,i') \in S} w_{i,i'}$ となる．よって，提携構造 $CS = \{S_1, S_2, \ldots\}$ は $\forall j, j' (j \neq j'), S_j \cap S_{j'} = \emptyset, \cup_{S_j \in CS} S_j = V$ を満たす必要がある．提携構造の値 $V(CS)$ は，$V(CS) = \sum_{S_j \in CS} v(S_j)$ で与えられる．提携構造形成問題は，$V(CS)$ が最大となる提携構造，すなわち，$\forall CS, V(CS^*) \geq V(CS)$ を満たす提携構造 CS^* を求める問題である．

3. 整数計画問題としての定式化

本章では，提携構造問題を整数計画問題として定式化する．本定式化では，2 つの決定変数を導入する．$x_{i,j} \in \{0, 1\}$ はエージェント i を提携 j に入れるかどうかを決める変数であり，$y_{i,i',j} \in \{0, 1\}$ はエージェント i と i' を提携 j に同時に入れるかどうかを決める変数とする．このとき，整数計画問題は下記のとおり，定義できる．

連絡先: 渡部恵海，九州大学大学院システム情報科学府，819-0395 福岡県福岡市西区元岡 744 番地，(092)802-3576，watanabe@agent.inf.kyushu-u.ac.jp

$$\max \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{i>i'}^{n-1}\sum_{j=1}^{n} w_{i,i'}y_{i,i',j}$$

$$s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} x_{i,j} = 1 \quad \forall i \tag{1}$$

$$\textit{for each edge } (i, i'(> i)),$$

$$y_{i,i',j} \leq x_{i,j} \quad \forall j \tag{2}$$

$$y_{i,i',j} \leq x_{i',j} \quad \forall j \tag{3}$$

$$x_{i,j} + x_{i',j} \leq y_{i,i',j} + 1 \quad \forall j \tag{4}$$

$$\textit{for } i = 1, \quad x_{i,1} = 1 \tag{5}$$

$$\textit{for } i < n, \quad x_{i,i'} = 0, \forall i < i' \tag{6}$$

$$\textit{for } i \geq 2, i' \geq 2, x_{i,i'} \leq \sum_{1 \leq l \leq i-1} x_{l,i'-1} \tag{7}$$

各制約条件について，式 (1) は各エージェントが必ず 1 つの提携に参加することを示す条件である．式 (2) から (4) はエージェント i と i' が同じ提携 S_j に入った場合，目的関数に $w_{i,i'}$ が足されることを操作する条件である．式 (5) から (7) は対称性を考慮する制約であり，提携 S_j の中のエージェント番号の最小値は，提携 S_{j+1} の最小値よりも必ず小さいことを示す．これらの制約によって，エージェント 1 は提携 S_1 に属するか，単独提携となるかのどちらかである．また，エージェント 2 は提携 S_1，S_2 に属するか，単独提携かのいずれかであり，S_2 に入ることができるのはエージェント 1 が S_1 に入っている場合のみである．このようにして，提携構造に関する重複を排除することができる．

4. MaxSAT 符号化

本章では，前章の定式化に倣った符号化を提案する．前章で導入した $x_{i,i'}$ や $y_{i,i',j}$ の他に，変数 $z_{i,i'}$ を $w_{i,i'} < 0$ を満たす変数の組 (i, i') に対して導入する．$z_{i,i'}$ は，i と i' が同じ提携に属する時 1，そうでない時 0 となる変数である．MaxSAT では，ソフト節とハード節を利用して符号化を行う．整数計画問題において，max ... に相当する部分をソフト節，*s.t.* ... に相当する部分をハード節で符号化することが基本的である．

ソフト節

$$(y_{i,i',1} \vee y_{i,i',2} \vee \cdots \vee y_{i,i',i}, w_{i,i'}) \quad (w_{i,i'} > 0)$$

$$(\neg z_{i,i'}, -w_{i,i'}) \quad (w_{i,i'} < 0)$$

ハード節

$$\neg z_{i,i'} \vee y_{i,i',1} \vee y_{i,i',2} \vee \cdots \vee y_{i,i',i} \tag{8}$$

$$\neg y_{i,i',j} \vee z_{i,i'} \ (1 \leq j \leq i) \tag{9}$$

$$x_{i,1} \vee x_{i,2} \vee \cdots \vee x_{i,n} \ (1 \leq i \leq n) \tag{10}$$

$$\neg x_{i,j} \vee \neg x_{i,j'} \ (1 \leq i \leq n, 1 \leq j < j' \leq n) \tag{11}$$

$$\neg y_{i,i',j} \vee x_{i,j} \tag{12}$$

$$\neg y_{i,i',j} \vee x_{i',j} \tag{13}$$

$$\neg x_{i,j} \vee \neg x_{i',j} \vee y_{i,i',j} \tag{14}$$

$$x_{1,1} \tag{15}$$

$$\neg x_{i,i'} \tag{16}$$

$$\neg x_{i,i'} \vee x_{1,i'-1} \vee x_{2,i'-1} \vee \cdots \vee x_{i'-1,i'-1} \tag{17}$$

ハード節 (8),(9) は，$z_{i,i'}$ の働きを規定するものである．ソフト節およびハード節 (10)〜(17) の i, i', j の動く範囲は，前章の対応する式での範囲と同じである．

5. 評価実験

実験の問題設定は，エージェント数が $20, 30, 40, 50$，2 つのノード間に存在する枝の発生確率を 0.15，存在する枝の重みが正の値を持つ確率を 0.70，各枝の重みの絶対値を $[1.0, 100.0]$ の範囲で一様分布に基づいて決定する．この問題設定の下で 100 インスタンスを実行した．

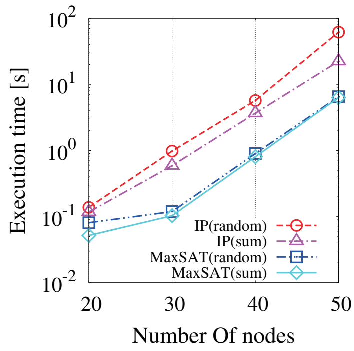

図 1: 平均実行時間の比較結果

整数計画問題は，商用ソルバー Gurobi 7.5.0 を用いた．利用した計算機の OS は Ubuntu 16.04 LTS，CPU は Intel Xeon E5-2680v4 @2.40GHz，メモリは 125.8GB である．MaxSAT ソルバーを用いた実験について，利用した計算機の OS は Ubuntu 18.04，CPU は Intel i7-6700 @3.4GHz，メモリは 32.0GB である．

図 1 に，制限時間を 20 分とし，100 インスタンスの平均実行時間 [s] を示す．図 1 について，エージェントの番号の付与方法がランダムの場合を (random) と表記し，付与方法にエージェントに隣接する枝の重み和を使用した場合を (sum) と表記した．整数計画問題としての定式化 (IP) 及び MaxSAT 符号化 (MaxSAT) のいずれの場合も，エージェントの番号について sum の方が random よりも早い．特に，IP では大きく差が出ていることが分かる．

6. おわりに

本論文では，協力グラフゲームの提携構造形成問題を整数計画問題として定式化及び MaxSAT 符号化を行い，評価実験を行った．様々な問題設定での評価実験等が今後の課題として挙げられる．

謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP17H00761，JP18H03299，及び，JST 国際科学技術共同研究推進事業 (戦略的国際共同研究プログラム) の助成を受けました．深く感謝致します．

参考文献

[Deng 94] Deng, X. and Papadimitriou, C. H.: On the Complexity of Cooperative Solution Concepts, *Mathematics of Operations Research*, Vol. 19, No. 2, pp. 257–266 (1994)

[中山 08] 中山幹夫, 船木由喜彦, 武藤滋夫：協力ゲーム理論, 勁草書房 (2008)

[Rahwan 15] Rahwan, T., Michalak, T. P., Wooldridge, M., and Jennings, N. R.: Coalition structure generation: A survey, *Artificial Intelligence*, Vol. 229, pp. 139–174 (2015)