

主成分分析による高頻度データ内のリスクファクター抽出手法

Estimating Risk Factors with High Frequency Data through Principle Component Analysis

那須 健太郎^{*1}
Kentaro Nasu

山下 泰央^{*1}
Yasuo Yamashita

高橋 大志^{*2}
Hiroshi Takahashi

^{*1} 三井住友トラスト・アセットマネジメント株式会社
SUMITOMO MITSUI TRUST ASSET MANAGEMENT CO., LTD.

^{*2} 慶應義塾大学大学院経営管理研究科
Graduate School of Business Administration, Keio University

This paper proposes a unique estimation method of Jump Factor with high frequency data. Our method employs bi-power variation technique and principle component analysis. Proposed method is unique and exhibits a new measure for financial risk. In this study, we calculated four Jump Factors in United States and Germany and integrated them through principle component analysis. In addition, we could confirm the influence of Jump Factors on financial markets by using the proposed method.

1. はじめに

これまでの研究から債券の超過リターンは金利の期間構造が持つ情報によってある程度予測可能であることが知られている。[Fama 87]は、 n 年フォワード・レートと 1 年債利回りのスプレッド(フォワード・スプレッド)が、 n 年債の超過リターンの挙動を予測することを示した。[Campbell 91]は、 n 年債と 1 年債のイールド・スプレッドが n 年債投資の超過リターンを予測することを示した。[Fama 87]や[Campbell 91]が、各年限の債券の超過リターンを、それぞれの年限のフォワード・スプレッドやイールド・スプレッドに関連付けたのに対し、[Cochrane 05]は、同一のフォワード・レートの線形集合によって、様々な年限の債券の超過リターンを高い精度で予測することが可能であることを示した。具体的には、フォワード・レートの線形集合によって、債券の超過リターンの予測を試み、回帰モデルの自由度調整済み決定係数が 0.37 に達することを確認した。

日本においては、[作道 10] が、1991 年から 2010 年の日本市場のデータを用いて[Cochrane 05]と同様の分析を行った。その結果、回帰モデルの自由度調整済み決定係数が 0.68 であり、日本においてもフォワード・レートの線形集合によって債券の超過リターンを予測できることを確認した。近年では、[Cochrane 05]をベンチマークに、その予測力を上回るモデルの構築を目的とした研究が行われている。[Ludvigson 09]は、マクロ経済の共通成分とフォワード・レートの線形集合を組み合わせた 2 ファクター・モデルが、[Cochrane 05]のモデルの予測力を上回ることを示した。

また、[岩永 17] は、海外で分析された[Cochrane 05]の予測力を上回るモデルの中から、[Wright 07]が米国市場のジャンプ・ファクターを用いた分析に倣い、日本市場の分析を行い、[Cochrane 05]のモデルの予測力を上回ることを示した([Barndorff-Nielsen 04]が提唱する bi-power variation technique という手法によってジャンプ・ファクターを評価する方法を使用)。その後、[井形 18] は、ジャンプ・ファクターがグローバル債券市場に与える影響について分析を行い、米国株式

市場の影響が、米国以外の先進国およびエマージング国の債券市場に波及することを示し、波及の仕方に資本規制が影響している可能性を指摘した。

本稿では、先行研究を踏まえ、さらなるジャンプ・ファクターの活用余地を探るため、ジャンプ・ファクターの計測システムの構築そのものに焦点を当てた研究を行った。まずは、[Wright 07] の分析に倣い、米国市場とドイツ市場のジャンプ・ファクター計測システムを構築した。そのうえで、[岩永 17] や[井形 18] ではジャンプ・ファクターが 4 種類計測されていたが、これらのジャンプ・ファクターに主成分分析を行い、第一主成分を抽出した。これにより、各国のジャンプ・ファクターの比較や分析などを容易にし、新たな知見が得られないか検証した。

本稿の構成は次の通りである。第 2 章では、[Barndorff-Nielsen 04]が提唱する bi-power variation technique という手法によってジャンプ・ファクターを評価する方法について説明する。第 3 章では、本稿の分析手法と結果について説明する。第 4 章では、本稿の分析結果の総括を行う。

2. ジャンプ・ファクターの評価

価格変動の中からジャンプという事象のみを抽出する方法として、[Barndorff-Nielsen 04] が提唱した bi-power variation technique という手法がある。このアプローチは、日中の価格変動全体の分散を通常変動成分とジャンプ成分に区別することで、ジャンプが発生した日を特定し、発生したジャンプの大きさを測定する。[Barndorff-Nielsen 04] は 2 種類の尺度を提唱し、それぞれ realized variance(RV) と realized bi-power variation(BV)と名付け、以下の通り定義した。

$$RV_t = \sum_{j=1}^m |r_{t,j}|^2$$

$$BV_t = \frac{\pi}{2} \frac{m}{m-1} \sum_{j=2}^m |r_{t,j}| |r_{t,j-1}|$$

ただし、 r は t 時点の日中の j 番目のリターン、 m は日中の時点数を表す。RV は、時点 t における価格変動全体の分散を表し、BV はその中の通常変動部分のみからなる分散を表している。このため、両者の差分がジャンプ成分からなる分散に該当する。両者の差分がゼロであれば、ジャンプは生じていない。一

連絡先: 那須健太郎, 三井住友トラスト・アセットマネジメント株式会社, 東京都港区芝公園一丁目 1 番 1 号住友不動産御成門タワー, Nasu_Kentaro@smtb.jp

方、両者の差分が極めて大きい場合には、ジャンプが生じていると判断される。ジャンプが生じているか否かを判断するために、以下の指標を用いる。

$$RJ_t = \frac{RV_t - BV_t}{RV_t}$$

[Barndorff-Nielsen 04]の手法の優れている点は、RJに確率分布が与えられている点が挙げられ、これにより統計的に有意にジャンプが生じたか否かを判別することが可能となる。具体的には、RJを正規化した以下のZJが標準正規分布に従うことが知られている。

$$ZJ_t \equiv \frac{RJ_t}{\sqrt{\left[\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 + \pi - 5\right] \frac{1}{m} \max\left(1, \frac{TP_t}{BV_t^2}\right)}} \rightarrow N(0,1)$$

$$TP_t \equiv m\mu_{4/3}^{-3} \frac{m}{m-2} \sum_{j=3}^m |r_{t,j-2}|^{4/3} |r_{t,j-1}|^{4/3} |r_{t,j}|^{4/3}$$

$$\mu_k \equiv 2^{k/2} \frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}$$

z検定において、ZJがゼロであるという帰無仮説を棄却できなければ、t時点ではジャンプは生じていなかったものとみなす。棄却できた日については、下式で表わされる大きさJのジャンプが生じたものとみなす。

$$J_t = \text{sign}(r_t) \times \sqrt{(RV_t - BV_t) \times I_{(ZJ_t \geq \Phi_{\alpha}^{-1})}}$$

ここで Φ は、標準正規分布の累積分布関数、 α はZ検定有意水準、Iは日中にジャンプが生じたときのみ1を返すインディケーター関数である。

日々のデータから抽出されたジャンプサイズJをもとにhか月ローリングの realized variance および各種ジャンプ・ファクターを下式で定義する。

RV(日中の価格変動全体の分散):

$$RV_t^h = \frac{1}{h \times 22} \sum_{j=0}^{h \times 22 - 1} RV_{t-j}$$

JI(一定の期間内においてジャンプが生じる確率):

$$JI_t^h = \frac{1}{h \times 22} \sum_{j=0}^{h \times 22 - 1} D_{t-j}$$

JM(ジャンプサイズの平均値):

$$JM_t^h = \frac{\sum_{j=0}^{h \times 22 - 1} J_{t-j} D_{t-j}}{\sum_{j=0}^{h \times 22 - 1} D_{t-j}}$$

JV(ジャンプサイズの標準偏差):

$$JV_t^h = \sqrt{\frac{\sum_{j=0}^{h \times 22 - 1} (J_{t-j} - JM_t^h)^2 D_{t-j}}{\sum_{j=0}^{h \times 22 - 1} D_{t-j}}}$$

ここで、Dは時点tにジャンプがあった場合は1を、そうでない場合は0を返すインディケーター関数を表す。

3. 分析手法および結果

米国とドイツの代表的株価指数であるS&P500先物とDAX先物の5分刻みデータに、第2章で説明した計算方法を用い、RV、JI、JM、JVを求めた。その後、主成分分析を行い、第1主成分を抽出した。図1は、米国とドイツの第1主成分(以下、PC1)について、2004年5月から2018年10月まで、各月の最大日付をプロットしたものである(各月の最大日付以外の値もあるが、グラフの形状に大きな変化は生じない)。

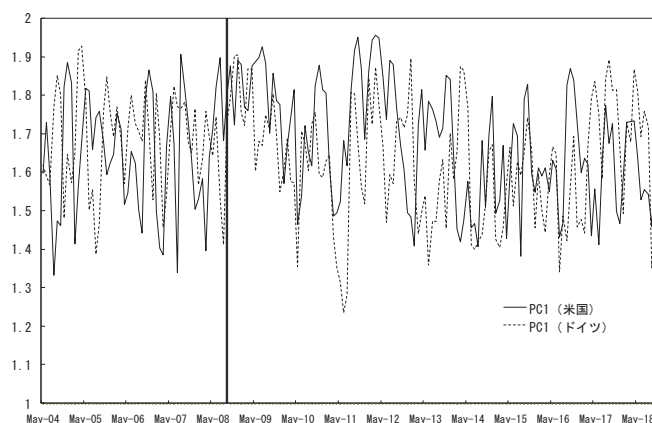


図1 ジャンプ・ファクターの時系列推移(第一主成分)

グラフをみると、リーマンショック前後で、米国とドイツのPC1について、相関関係が変化している様子がみられる。相関係数をみると、表1のとおり、リーマンショック前は逆の相関であったが、リーマンショック後は正の相関があることが確認できた。全期間の相関係数は、リーマンショック後に比べて、低い値であるものの、正の相関であることが確認できた。

よって、リーマンショックを経ることで、ジャンプ・ファクター(リスクファクター)の在り方が変化したことが示唆される。

表1 ジャンプ・ファクター間の相関(米国, ドイツ)

相関係数の計算期間		相関係数
2004年5月から2008年8月	リーマン前 (52か月間)	-0.19
2008年9月から2012年12月	リーマン後 (52か月間)	0.50
2004年5月から2018年10月	全期間 (174か月)	0.13

4. まとめ

本稿では、先行研究を踏まえ、さらなるジャンプ・ファクターの活用余地を探るため、ジャンプ・ファクターの計測システムの構築手法そのものに焦点を当てた研究を行った。まずは、米国市場とドイツ市場のジャンプ・ファクターを計測した。従来、ジャンプ・ファクターが4種類計測されていたが、これらのジャンプ・ファクターに主成分分析を行い、第一主成分を抽出し、1つの指標に纏める、ジャンプ・ファクター計測システムを構築した。これにより、ジャンプ・ファクターの主要成分の分析・比較を容易にし、新たな知見が得られないか検証した。検証の結果、リーマンショック前後で、ジャンプ・ファクター(リスクファクター)の在り方が変化したことが示唆された。今後は、本稿で提案したジャンプ・ファクターをもとに、債券の超過リターン予測精度の向上や、ジャ

ンプ・ファクターが与える影響の国別・期間別分析など、さらなる分析が進められることを期待している。

参考文献

- [井形 18] 井形宣一朗, 菅愛子, 高橋大志: グローバル債券市場とジャンプ・ファクター, 日本ファイナンス学会第 26 回大会予稿集, 日本ファイナンス学会 (2018)
- [岩永 17] 岩永安浩: 高頻度データを用いた債券超過リターン
の予測, 証券アナリストジャーナル, 55(4), pp.72-82 (2017)
- [作道 10] 作道俊夫: 金利のリスクプレミアム, 証券アナリストジャーナル, 48(8), pp.5-13 (2010)
- [Barndorff-Nielsen 04] Barndorff-Nielsen, O. and N. Shephard: Power and Bipower Variation with Stochastic Volatility and Jumps , Journal of Financial Econometrics, 2, pp.1-37 (2004)
- [Campbell 91] Campbell, J. Y. and R. J. Shiller: Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Bird's Eye View, Review of Economic Studies, 95, pp.138-160 (1991)
- [Cochrane 05] Cochrane, J. H. and M. Piazzesi: Bond Risk Premia , American Economic Review, 95, pp.138-160 (2005)
- [Diebold 95] Diebold, F. X. and R. S. Mariano: Comparing Predictive Accuracy , Journal of Business and Economic Statistics, 13, pp.253-263 (1995)
- [Fama 87] Fama, E. F. and R. R. Bliss: The Information in Long-Maturity Forward Rates , American Economic Review, 77, pp.680-692 (1987)
- [Ludvigson 09] Ludvigson, S. C. and S. Ng: Macro Factors in Bond Risk Premia, Review of Financial Studies, 22, pp.5027-5067 (2009)
- [Wright 07] Wright, J. H. and H. Zhou: Bond Risk Premia and Realised Jump Volatility , Working Paper, Federal Reserve Board (2007)