

## Penrose Unilluminable Room 共振器の光線解析

## Ray Analysis for a Penrose Unilluminable Room Cavity

岡山県立大情報工<sup>1</sup>, NTT CS 研<sup>2</sup>, 金沢大機械工<sup>3</sup>, 東洋大機械工<sup>4</sup>○福嶋 文浩<sup>1</sup>, 篠原晋<sup>2</sup>, 砂田哲<sup>3</sup>, 原山卓久<sup>4</sup>, 坂口 浩一郎<sup>1</sup>, 徳田 安紀<sup>1</sup>Okayama Prefectural Univ.<sup>1</sup>, NTT CS Labs.<sup>2</sup>, Kanazawa Univ.<sup>3</sup>, Toyo Univ.<sup>4</sup>○Takehiro Fukushima<sup>1</sup>, Susumu Shinohara<sup>2</sup>, Satoshi Sunada<sup>3</sup>, Takahisa Harayama<sup>4</sup>,Koichiro Sakaguchi<sup>1</sup>, Yasunori Tokuda<sup>1</sup>

E-mail: fuku@c.oka-pu.ac.jp

【はじめに】半導体プロセス技術の進歩により、今日では任意の 2 次元形状を有するレーザ共振器を製作することが可能である。2 次元共振器における光線とモードの対応関係を調べることは、学術的な観点のみならず、応用の観点から見ても大変興味深い[1]。本研究では、照明問題の数理モデルとして興味を持たれている Penrose Unilluminable Room と呼ばれる 2 次元形状[2,3]をレーザ共振器に適用したときの光線軌道を解析したので報告する。

【共振器形状】図 1 に Penrose Unilluminable Room 共振器の形状を示す。上部と下部の曲面ミラーの形状は、長軸半径  $a$ 、短軸半径  $b$  の楕円の半分であり、点  $p_2$  と  $p_7$ ,  $p_3$  と  $p_6$  は、それぞれ上側と下側の楕円の焦点である。また、領域  $M$  の側面部分のミラー形状は、長軸半径  $d/2$ 、短軸半径  $f-w/2$  の楕円の半分である。この 2 次元共振器は、内部のどの位置に点光源を置いていても必ず光線が届かない領域が現れるという大変興味深い性質を持っている。今回の解析では、多彩な光線軌道が得られるように、共振器のパラメータを  $a:b:d:g:w=8:5:10:3:6$  に設定した。

【解析方法と結果】2 次元共振器の光線ダイナミクスを解析する便利な方法として、ポアンカレ横断面という相空間に光線軌道を表示する方法が広く用いられる[1]。本研究においても同様の手法を用いて光線軌道を解析した。その結果、カオス軌道が共振器の 3 つの異なった領域に現れることが明らかになった。1 つ目は、図 2 (a) に示すように領域  $P, M, Q$  に閉じ込められる軌道であり、2 つ目と 3 つ目は、図 2 (b) に示すようにそれぞれ領域  $A, A', P$  と領域  $B, B', Q$  に閉じ込められる軌道である。さらに、これらのカオス軌道の他に 4 種類の安定周期軌道が現れることが明らかになった。1 つは、図 2 (c) に示すように上下の曲面ミラーの間を往復する軸軌道であり、2 つ目は、図 2 (d) に示す菱形のリング軌道である。3 つ目と 4 つ目は、図 2 (e) に示した 2 つの V 字形軌道である。

【考察】広範囲に光線が分布する図 2 (a) に示したカオス軌道や図 2 (c), (d) に示した軸やリングの安定周期軌道は、一般的な 2 次元共振器にもよく見られる軌道である。Penrose Unilluminable Room 共振器には、さらに図 2 (b) に示すように局所的に閉じ込められたカオス軌道やこれらの軌道と空間的に重なるように V 字形軌道 (図 2 (e)) が存在することを明らかにした。このような多彩な光線軌道を反映して、Penrose Unilluminable Room 共振器には、一般的な 2 次元共振器に比べて、より多彩なモードが現れると予想される。

【参考文献】[1] T. Harayama and S. Shinohara, *Laser & Photonics Reviews* **5**, 247-271 (2011). [2] H. T. Croft et al., *Unsolved problems in geometry* (Springer-Verlag, 1991). [3] E. W. Weisstein, "Illumination problem," MathWorld-A Wolfram Web Resource (<http://mathworld.wolfram.com/IlluminationProblem.html>).

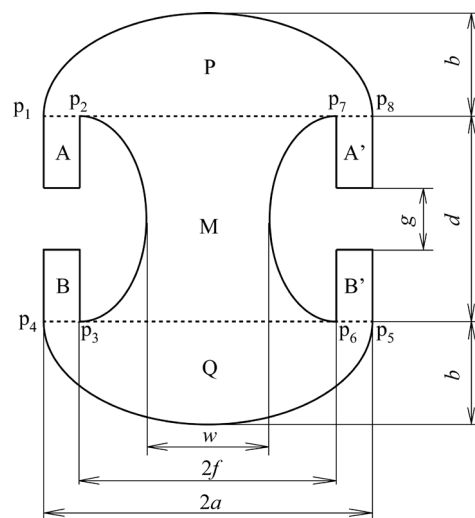


Fig. 1. Penrose unilluminable room cavity.

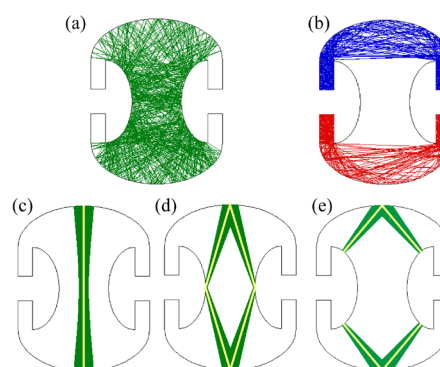


Fig. 2. Chaotic ray trajectories (a), (b), and stable ray trajectories (c), (d), (e).