17p-C10-15

ジョセフソン接合のカオス発生領域のシミュレーション

Numerical simulations of generating chaos in the Josephson junction

茨城大学　○田村 幸英，島影 尚
Ibaraki Univ., °Yukihide Tamura, Hisashi Shimakage
E-mail: 12nm618g@hcs.ibaraki.ac.jp

1.　はじめに

我々は、物理乱数の生成等への応用に向けて、ジョセフソン接合におけるカオス発振の研究を行なっている。ジョセフソン接合は、電磁波照射のような外場により、接合間の電圧が不規則に振動するカオス発振状態になる場合があると知られている。本研究では、Resistively Shunted Junction（RSJ）モデルを用いカオスが発生するパラメータ領域をシミュレーションにより調べた。

2.　シミュレーションと結果

考慮するモデルは、ジョセフソン電流項 $I_c \sin\phi$ に、抵抗 R とキャパシタンス C をシャントした理想的なジョセフソン接合に、直流成分 I_0 と高周波成分 $I_1 \sin\omega_1 t$ の電流源で駆動した等価回路で表される。その無次元の回路方程式は、接合間電圧が $(\hbar/2e)\dot{\phi}$ であることを考慮すると次式となる。

$$i_0 + i_1 \sin\Omega\tau = \beta\ddot{\phi} + \dot{\phi} + \sin\phi \qquad (1)$$

ここで、ドットは τ の微分を表し、$\beta = 2eI_c CR^2/\hbar$、$\Omega = \omega(\hbar/2eI_c R)$、$\tau = t(2eI_c R/\hbar)$、$i_0 = I_0/I_c$、$i_1 = I_1/I_c$ である。(1)式に対し、適当な初期値 $\phi(0)$ と $\dot{\phi}(0)$ を与え Runge-Kutta 法で計算することで、接合間の無次元電圧 $\dot{\phi}$ の時間波形が得られる。この電圧波形が、ある条件でカオス状態になる。直流電流 i_0 に対し、測定電圧は、電圧 $\dot{\phi}$ の時間波形の長時間平均 $<V>$ であり、実際の測定では見かけ上、直流電圧成分が得られる。図 1 には、パラメータ $\beta = 2.0$、$\Omega = 0.5$、$i_1 = 2.14$ での電流電圧特性が描かれている。直流電流 $i_0 = 0.0$ におけるパワースペクトルは、図 2 のようになり、連続的な周波数スペクトルとなっていることからカオスの発生と考えられる。カオスの振る舞いを定量的に表す量として、リアプノフ指数がある。この指数は、極近傍の軌道間距離の指数関数的な増加率を表す。基準軌道（初期値 $\phi(0)$ と $\dot{\phi}(0)$ の時間発展）と近傍軌道（$\phi(0)+\delta\phi$ と $\dot{\phi}(0)+\delta\dot{\phi}$ の時間発展）の距離を $e^{\lambda t}$ と表したとき、λ がリアプノフ指数である。リアプノフ指数 λ が、$\lambda > 0$ であればカオス振動であり、$\lambda \le 0$ で規則振動を示す。本研究では、Shimada-Nagashima のアルゴリズム[1]によりリアプノフ指数の数値計算を行った。図 1 には、直流電流に対するリアプノフ指数が示されている。図 2 の電圧波形では、$\lambda = 0.11 > 0$ でありカオスの発生と言える。また、$\beta = 2.0$、$\Omega = 0.5$ とし、i_0、i_1 を 0.01 刻みで変化させ、パラメータ毎にリアプノフ指数を求めた。その結果は図 3 に示した。$\lambda > 0.00$ の場合、そのパラメータにおける電圧の時間波形がカオスと判定し、赤のドットでプロットした。図 3 のようにカオスの現れる領域は、ある程度規則的な傾向が見られた。

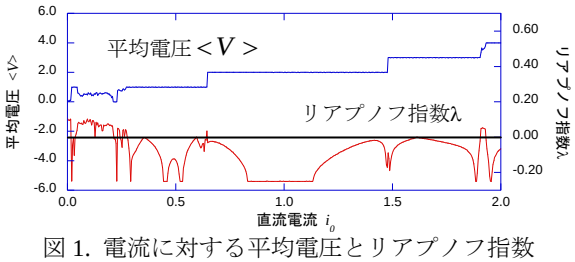

図 1. 電流に対する平均電圧とリアプノフ指数

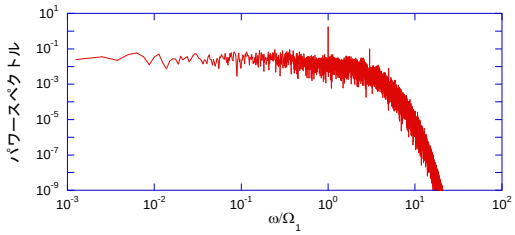

図 2. パワースペクトル

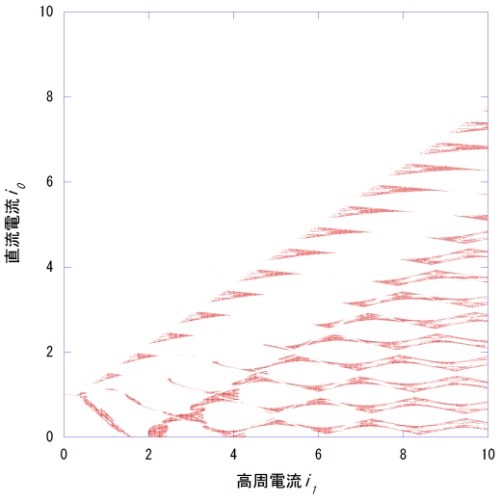

図 3. カオスの現れる領域

参考文献　[1] I.Shimada and T.Nagashima, Prog. Theor. Phys. 61, 1605-1616,(1979)

© 2013 年　応用物理学会