

非線形格子の局在波動

Localized modes in nonlinear lattices

日本電信電話 (株) NTT コミュニケーション科学基礎研究所¹ ○吉村 和之¹

NTT Communication Science Laboratories, NTT Corporation¹

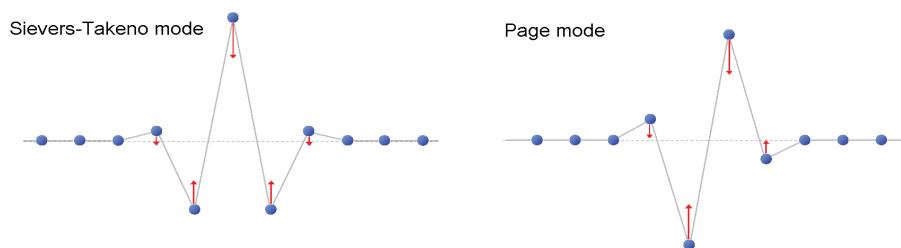
E-mail: yoshimura.kazuyuki@lab.ntt.co.jp

空間的離散性と非線形性を備えた力学系において、空間的に局在した振動モードが存在する [1]. この局在振動モードを, Intrinsic Localized Mode, または, Discrete Breather (DB) と呼ぶ. DB のダイナミクスを記述する数理モデルとして, 質点と相互作用 (ばね) で構成される格子模型が用いられる. 相互作用が線形の格子系の場合, 格子中に軽い質点 (不純物) が 1 個存在すると, その周りに局在振動が現れることは良く知られている. 一方, 非線形格子系においては, 全ての質点が同一質量を持ち不純物が無い場合にも, 格子の任意の位置に局在振動モードが存在し得る. DB とは, 不純物に起因しない系固有の局在振動モードである. それは, 保存系と散逸系のいずれにも存在し得る. また, 空間 1 次元系に限らず, 2 or 3 次元系にも存在し得る. これらの性質により, DB は, 自然界において普遍的な励起構造であると考えられる. ジョセフソン素子結合系, 非線形光学結晶, マイクロカントレバーアレイなどで実験的に観測されている ([2] 参照).

代表的な格子模型の一つである 1 次元 Fermi-Pasta-Ulam (FPU) 格子模型は, 以下の運動方程式により定義される.

$$\frac{d^2 q_n}{dt^2} = q_{n+1} - 2q_n + q_{n-1} + \beta(q_{n+1} - q_n)^3 - \beta(q_n - q_{n-1})^3 \quad (1)$$

ここで, q_n は n 番目の質点変位, β は非線形相互作用の強さを表す定数である. 線形相互作用 ($\beta = 0$) の場合には, 系に局在振動モードを表す解は存在しない. 一方, 非線形相互作用 ($\beta > 0$) の場合には, 下図に示すような, Sievers-Takeno (ST) mode, および, Page (P) mode と呼ばれる対称性の異なる 2 種類の局在周期解, すなわち, DB 解が存在する. ST mode は不安定, P mode は安定である. 図には, 質点変位を縦方向に描いてある. 隣接する質点は, 互いに反位相で振動する. 線形格子 ($\beta = 0$) の分散関係を $\omega = \omega(k)$ (ω : 振動数, k : 波数) とすると, 系の離散性により最大振動数 $\omega_{\max}$ が存在する. 上述の DB は, $\omega_{\max}$ より上の振動数帯 (禁止帯) に, 非線形性により誘起された局在振動モードと見なされる. これまでに, FPU 格子を含む種々の格子模型に対し, 定在型 DB 解の存在や安定性など様々な数理的性質が明らかにされている. また, DB は不純物に起因するモードでは無いため, 格子上を一定速度で伝播することも可能となる. 移動型 DB も数値計算において観測されており, その性質が調べられている. 講演では, 数理的な面を中心に, DB に関する基本的な事柄を解説する予定である.



[1] A. J. Sievers and S. Takeno, Phys. Rev. Lett. **61** (1988) pp.970-973.

[2] S. Flach and A. V. Gorbach, Physics Reports **467** (2008) pp.1-116.