18a-C13-1

非放射場と放射場を対等に扱う単一感受率による光学の理論 I

Theory of the Single Susceptibility equally associated with Non-radiative and Radiative Fields in Optics I

山梨大院医学工学総合　坂野　斎

Univ. of Yamanashi　I. Banno

E-mail: banno@yamanashi.ac.jp

光学では本質的な源泉：電荷密度 ρ と電流密度 $\boldsymbol{j}$ を分極 $\boldsymbol{P}$ と磁化 $\boldsymbol{M}$ を通して与える：$\rho = -\nabla\cdot\boldsymbol{P}, \boldsymbol{j} = \partial_t\boldsymbol{P} + \epsilon_0 c^2\nabla\times\boldsymbol{M}$. $\rho, \boldsymbol{j}$ は電荷保存則を考慮すると３成分の場なのに、$\boldsymbol{P}, \boldsymbol{M}$ は併せて６成分あり冗長である。この $\boldsymbol{P}, \boldsymbol{M}$ がそれぞれ誘電率、透磁率という感受率で電場、磁場と関係づけられ６成分の構成方程式を導くので源泉の条件として過多となる。誘電率と透磁率の２つの感受率を使う方法への疑問は古くからあったが、近年、それが有効なのは高い対称性をもつ系（カイラリティのない系）の長波長極限であることが張紀久夫により示された [1]。それでも、従前の方法は近接場光学系やメタマテリアル系の低い対称性の系に使われ続けている。本理論研究の目指すものは、物理的に正当で実験の予測・解釈に役立つ実用的な単一感受率を従前の誘電率と透磁率の代替として供することにある。今回の発表では、非放射場と放射場を対等に扱う単一線型感受率の定義とその性質について議論する。本理論では「非放射場」を縦電場（電荷密度が源泉の場でスカラーポテンシャルを含む自由度）の意味で用いる。

光学系では電子の場は Heisenberg 方程式 (1)、古典電磁場は Maxwell 方程式 (2),(3) に従う：

$$i\hbar\partial_t\hat{\psi}(\boldsymbol{r},t) = [\hat{\psi}(\boldsymbol{r},t), \hat{H}(t)], \tag{1}$$

$$-\Delta\phi(\boldsymbol{r},t) - \partial_t\nabla\cdot\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) = \frac{\hat{\rho}(\boldsymbol{r},t)}{\epsilon_0}, \qquad \hat{\rho} \equiv q\hat{\psi}^\dagger\hat{\psi}, \quad (q \equiv -e) \tag{2}$$

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) + \frac{1}{c^2}\partial_t^2\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) + \frac{1}{c^2}\partial_t\nabla\phi(\boldsymbol{r},t) = \frac{\hat{\boldsymbol{j}}(\boldsymbol{r},t)}{\epsilon_0 c^2}, \quad \hat{\boldsymbol{j}} \equiv \frac{q}{2m}\left(\hat{\psi}^\dagger\left(\frac{\hbar}{i}\nabla - q\boldsymbol{A}\right)\hat{\psi} + \text{h.c.}\right). \tag{3}$$

量子論的応答を扱う場合、クーロンゲージに固定してスカラーポテンシャル;ϕ を消去することが多い。これは電子系の束縛状態を基底として用意する便宜なので、本論ではゲージ固定も ϕ の消去もせず形式論を進める。4 元の線型単一感受率を次で定義する [2]：

$$\chi^\mu{}_\nu(x,x') = \frac{\delta\langle\hat{j}^\mu(x)\rangle}{\delta A^\nu(x')} \tag{4}$$

Heisenberg 描像での摂動論により電流密度演算子を求め、非摂動系の基底状態の期待値を計算する。そして従前の感受率の理論との整合性を検証する。単一線型感受率 (4) は原因である 4 元電磁ポテンシャルと結果である 4 元電流密度を関係づける。その際、冗長自由度を排除する電荷保存則とゲージ不変性 (5) が保証されていることが物理的に要請される：

$$\partial_\mu\chi^\mu{}_\nu(x,x') = 0, \quad \partial'^\nu\chi^\mu{}_\nu(x,x') = 0. \tag{5}$$

この検証の後、(5) を満たす単一感受率の関数形（本質自由度）を特定する。将来、この本質部分を微視的に計算するとともに現象論をつくることで実用に耐える単一感受率の枠組みをつくりたい。さらに非放射場を明示的に扱う点を生かして近接場光学系に適用したい。

謝辞：議論をして下さった張紀久夫大阪大学名誉教授、東京大学大津研究室の皆さまに感謝いたします。本研究は JSPS 科研費 25610071 (挑戦的萌芽研究）の助成を受けています。

[1] Kikuo Cho, (a) J. Phys. Condens. Matter **20** 175202 (2008); (b) *Reconstruction of Macroscopic Maxwell Equations* (Springer,2010).

[2] 表記の簡潔のために４元表示を導入した (便宜上 c は光速) e.g., $A^\mu = (\phi, c\boldsymbol{A})$, $j^\mu = (c\rho, \boldsymbol{j})$, $\partial^\mu = (\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, -\nabla)$, $\partial_\mu = (\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, \nabla)$.