

フレネル変換によるコヒーレント光学系の誤差評価 Error evaluations of the coherent optical system using the Fresnel transform

東洋大学 総合情報学部 ○青柳 智裕, 大坪 紘一, 青柳 宣生

Faculty of Information Sciences and Arts, Toyo Univ.,
Tomohiro Aoyagi, Kouichi Ootubo and Nobuo Aoyagi
E-mail: t-aoyagi@toyo.jp

1. はじめに

一般的に扱われる光学系は、ほとんど 2 次元でかつ円形開口の系によって得られる。これまで空間的な帯域制限の効果はフーリエ変換面に対して調べられてきた。また、フーリエ・ベッセル展開を使うことで、円形開口におけるフーリエ変換対による標本化定理が導出されている¹⁾。そこでは結像面に寄与する標本点の数は、ベッセル関数の零点の分布の問題と関係する。同様のアナロジーでフレネル変換領域で円形領域に帯域制限させることで標本化定理が得られる²⁾。本報告では、フレネル変換による標本化定理をコヒーレント光学系へ適用して、誤差の評価を計算機シミュレーションによって行う。

2. フレネル変換対に対する標本化定理

振幅透過率 $f(\omega, \varphi)$ を持つ平面物体に光が入射したとき、そこから距離 z だけ後方にある観測面での光の振幅分布を $g(r, \theta; z)$ とすると、フレネル変換は次のように表される。

$$g(r, \theta; z) = \frac{k \exp(ikz)}{i2\pi z} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} f(\omega, \varphi) \exp \left[\frac{ik}{2z} \{r^2 + \omega^2 - 2r\omega \cos(\theta - \varphi)\} \right] \omega d\omega d\varphi. \quad (1)$$

いま $g(r, \theta; z)$ が $r > R$ に対して常に零で、 $r \leq R$ に対してのみ零以外の値をとるとすると、次のように級数によって表すことができる。

$$g(r, \theta; z) = c(r) \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2(-i)^{l+1}}{k \{R J_l'(\nu_{lm})\}^2} f_l \left(\frac{\nu_{lm} z}{kR} \right) J_l \left(\frac{\nu_{lm} r}{R} \right) \exp \left(ikz + \frac{i\nu_{lm}^2 z}{2kR^2} + \frac{ikr^2}{2z} + il\theta \right). \quad (2)$$

ただし、 ν_{lm} は 1 次のベッセル関数 $J_l(r)$ の $r > 0$ における小さい方から m 番目の零点である。このときの標本値列は $f \left(\frac{\nu_{lm} z}{kR}, \theta \right)$ の θ に関する l 番目のフーリエ係数である。

3. 計算機シミュレーションと数値例

Fig. 1 に示すような光学系を考える。物体面上の (ω, φ) なる点の振幅 $f(\omega, \varphi)$ の波が、そこから a だけ離れた有限な開口の凸レンズを通過したのち、さらにその後方 b だけ離れた像面での光の振幅分布を $\psi_{lm}(r, \theta)$ で表す。ここでは $\tau(\rho) = \exp \left(ikn\Delta - \frac{ik\rho^2}{2f} \right)$ なる焦点距離 f なる十分薄い凸レンズを用いる³⁾。ここで n は屈折率、 Δ は厚さである。 $a = b = f$ となる時、フーリエ変換光学系になる。実際に用いられるレンズは有限な開口を有するので正確なフーリエ変換との間には誤差が生じる。入力物体は円形領域の一樣分布とし、軸対称性を考慮して $l=0$ という条件で行う。観測面での回折像 $(\psi_{0m}(r, \theta))$ に寄与する標本点は、入力物体の半径、レンズの半径と z の値によって決まるが、それはベッセル関数の零点の分布を数える問題に帰着する。入力半径 $p=0.1\text{mm}$ 、レンズの半径 $R=20.0\text{mm}$ のとき m の値は 12 となる。ここで $a=f+\delta f_1$ 、 $b=f+\delta f_2$ とする。 $f=500\text{mm}$ としたとき、 $\delta f_1=50, 100, 150, 200$ とすると、 m の値は 11、10、9、9 と変化する。また $\delta f_1=-50, -100, -150, -200$ とすると、 m の値は 14、16、18、21 と変化する。標本点の取り方によって回折像は変化する、誤差が生じる。

4. おわりに

フレネル変換対による標本化定理をコヒーレント光学系へ適用した。標本点の数は、ベッセル関数の零点の分布の計算問題となることを示した。計算機シミュレーションによって誤差評価を行った。詳細については当日発表する。

参考文献

- 1) 蒲生秀也, “円形開口による像に対するサンプリング定理とその数値計算への応用,” 応用物理 第 26 巻, 第 3 号, pp. 102-114 (1957).
- 2) 青柳宣生, 小宮山悟, “有限開口瞳函数を有する光学系の解析,” 昭和 52 年東洋大学工学部研究報告 pp. 117-125 (1977).
- 3) J. W. Goodman, “Introduction to Fourier Optics,” McGraw-Hill (1968).
- 4) 青柳智裕, 大坪紘一, 青柳宣生, “フレネル変換によるコヒーレント光学系の誤差解析,” 日本光学会年次学術講演会 Optics & Photonics Japan 2011 講演予稿集 CD30aE1 (2011).

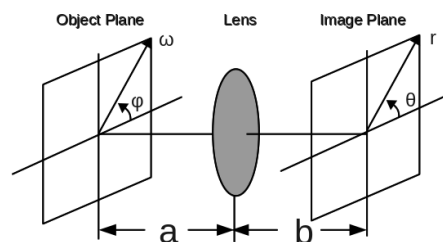


Fig. 1 Optical system