17p-PA3-1

# 実効屈折率積分表現を用いた光導波路解法 II

**Optical Waveguide Analysis using Integral Expression for the Effective Refractive Index II**

**摂南大学理工学部 [1]　北里大学医療衛生学部 [2]　クオンタムフェーズラボラトリー[3]**

**Setsunan Univ. [1]　Kitasato Univ. [2]　Quantum Phase Lab. [3]**

**○大家 重明 [1]　梅田 徳男 [2]　張　吉夫 [3]**

**°Shigeaki Ohke[1]　Tokuo Umeda[2]　Yoshio Cho[3]**

**E-mail: ohke@ele.setsunan.ac.jp**

**１．はじめに**　われわれは、新しい光導波路解法として、実効屈折率積分表現を用いた解法の有効性について検討してきた[1~3]。また、フォトニック結晶ファイバーやシリコンフォトニクス（SIP）などにおける屈折率差の大きい導波路[3~5]への適用例を示し、数値的な検証を確認した。順序はあと先になったが、今回は本解法の理論的な妥当性について検討したので報告する。

**２．フルベクトル解析**　小さい屈折率差を持つ通常の導波路においてはスカラーまたはセミベクトル解析によって十分満足のいく結果が得られる。しかし、大きい屈折率差を持つ光導波路構成に対しては、スカラー変数で記述できるよりはずっと複雑なフィールド構造が予想されるので、Maxwell 方程式から直接構成したフルベクトル波動方程式を出発点とする必要がある。$z$ 軸方向に伝搬する固有界の存在を $\overline{E_x} = E_x(x,y)\exp(i\beta z)$ および $\overline{E_y} = E_y(x,y)\exp(i\beta z)$ と仮定すれば、３次元フルベクトル波動方程式は断面内成分に分離できて、次式のように表される[3]。

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{n^2}\frac{\partial(n^2E_x)}{\partial x}+\frac{1}{n^2}\frac{\partial(n^2E_y)}{\partial y}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial E_x}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial x}\right)=(\beta^2-k^2n^2)E_x \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{1}{n^2}\frac{\partial(n^2E_y)}{\partial y}+\frac{1}{n^2}\frac{\partial(n^2E_x)}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}\right)=(\beta^2-k^2n^2)E_y \quad (2)$$

ここで、$n = n(x,y)$ は、導波路構造の持つ屈折率分布で、$E_x = E_x(x,y)$ および $E_y = E_y(x,y)$ は電界分布、$k = 2\pi/\lambda$ は自由空間伝搬定数、$\lambda$ は自由空間波長、$\beta$ は伝搬定数である。波動方程式(1)と(2)は、それらが満たすべき境界条件を自律的に含んでいる[2,3]。(1)、(2)式を次に出てくる(3)式と連立して解くことにより $E_x$、$E_y$ の分布及び $\beta$ 値が得られる。

**３．界分布荷重２乗平均根式の導出**　(1)、(2)式に対してストークスの定理（あるいは、2 次元のグリーンの定理やガウスの定理）を適用すれば積分形に変換できる。ベクトル $\boldsymbol{A} = P\boldsymbol{i}+Q\boldsymbol{j}$ に対し $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A} = \left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)\boldsymbol{k}$ であるから（但し、$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ は空間座標系で $x, y, z$ 方向の単位ベクトルとする）、たとえば、(1)式は、$\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)=(\beta^2-k^2n^2)E_x$ の形式とみることができる。結局、rot$\boldsymbol{A}$ の面積分は、$\boldsymbol{A}$ の周回積分に置き換えることができ、この周回積分がゼロとなる閉曲線内領域 $S$ を考えるなら、$\iint_S \beta^2 E_x dS = \iint_S k^2 n^2 E_x dS$ となり、$\beta$ が界分布荷重２乗平均根（Field-weighted RMS）で表されることが示される。したがって、実効屈折率 $n_{eff}(=\beta/k)$ もまた次の(3)式の Fw-RMS 値として表される。

$$n_{eff} = \left[\frac{\iint_S n^2(x,y)E_\alpha(x,y)dS}{\iint_S E_\alpha(x,y)dS}\right]^{1/2} \quad (3)$$

但し、$E_\alpha$ は $E_x$ または $E_y$ を表す（いずれを用いても同じ $n_{eff}$ に収束しなければならない）。

**４．光導波路解法の手順**　解法アルゴリズムは種々可能であるが、導波路の界分布関数を不明として実効屈折率及び界分布を求める簡易手法として、以下のような計算手順が考えられる。① 初期界分布 $E_x(x,y), E_y(x,y)$ として、ガウス分布のような滑らかな界分布を仮定する。② (3)式により過渡的 $n_{eff}$ を求める。③ この $n_{eff}$ を暫定解として、波動方程式(1)(2)より界分布を修正する（真の $n_{eff}$ に近づくと界分布も収束してくる）。 ④ この修正界分布に合わせて、界分布荷重２乗平均根式(3)から $n_{eff}$ を計算し直す。以下、③へもどし、③、④の工程を実効屈折率 $n_{eff}$ ならびに界分布 $E_x(x,y), E_y(x,y)$ が予定した誤差以内となるまで繰り返せばよい。

**文献** [1] S.Ohke et al: Optics Commun., 1995, 118 p.227.　[2] 大家他:応物予稿集 4p-P3-35 (2007-9).　[3] S.Ohke et al: ILLMC2008, 24-TP2-1 (2008-4).　[4] 大家他:応物予稿集 9p-ZN-6 (2009-9).　[5] 大家他:応物予稿集 12a-PA38 (2012-9).



© 2014 年　応用物理学会