

## 多倍長演算を題材とした数値計算教育

### Education of Numerical Computation Algorithms Based on Multi-Precision Calculation

長野高専<sup>1</sup> 伊藤 祥一<sup>1</sup>, ○中澤 達夫<sup>1</sup>

Nagano NCT.<sup>1</sup> Shoichi Ito<sup>1</sup>, ○Tatsuo Nakazawa<sup>1</sup>

E-mail: shoichi@nagano-nct.ac.jp

#### 1 はじめに

計算機を用いた数値シミュレーションは物理現象等の具体的イメージを比較的容易につかむ事ができるツールであり、適切に利用すれば高い教育効果が期待できる。

計算機シミュレーションを自らの手でおこなうためには数値計算手法の知識が不可欠である。筆者らの所属する高等専門学校ではこれまで、計算機における数値の扱いと誤差に関する内容を2年次で、各種の数値計算アルゴリズムを3年次で、それぞれ指導してきたが、学生にとって比較的理解が難しい科目になってしまっていた。本稿では、数値計算手法に対する理解を深めさせることを目的として、これらを有機的に組み合わせた授業の実践について報告する。ここでは高精度数値シミュレーションで用いられる多倍長演算を授業の題材として採り上げた。対象は高専3年次学生である。

#### 2 数値計算アルゴリズム

計算機の資源の許す限り長大な桁数の計算を行う手法を多倍長演算という。数値の各桁を配列変数に保持しておき、加算や減算は1桁ずつ筆算の要領でおこなう。加算や減算を実装する過程で、桁あふれやキャリーといった数値計算の用語についても理解を深めることができる。

乗算  $a \times b$  は  $a$  を  $b$  回加算するだけ、除算  $a \div b$  は  $a$  から  $b$  が減算できる回数を数えるだけという原始的な手法を教えるに留めたが、これは3章で述べるように意図的なものである。

計算以外にも、値の大小比較などの補助機能をいくつか実装させた。多倍長演算の各種演算を実装する過程で学生たちは、計算機の中で数値をどのように格納してどのように計算を行うかということについて理解を深めていった。

#### 3 無理数の計算

本科目のレポート課題として、円周率  $\pi$  や  $\sqrt{2}$  などの無理数を1000桁以上計算せよという課題を出題した。ゴールのわかりやすさと検算の容易さもあるが、同時期に数学で学習するテイラー展開自体の理解を深めることも意図して設定したものである。現実的で答えがわかっている計算を行わせることで、有限のメモリ・計算回数が計算誤差の大きな要因であることを体験することができる。

このように現実的な問題を解こうとしたときに、2章の原始的な乗算と除算の手法はあまりに低速で実用に耐えない。課題に取り組みはじめたところで学生たちはこの事実に気づき、このままでは期日までに計算が終わらないことを認識し始める。乗算と除算に筆算の手法を取り入れるなど高速化に自主的に取り組む姿が見られ、ほぼ全員が課題を達成することができた。

#### 4 まとめ

数値計算教育の題材として多倍長演算を採り上げた実践について報告した。授業後に実施したアンケートによれば、授業内容の難易度については86%の学生がちょうど良いあるいはやや難しいと答えており、学生にとっては手応えを感じてもらえる、ほどよい難易度設定ができたと思われる。「計算機の全般に関する知識が身につく」「過去の復習と新しい事が同時にできる」という自由記述もあり、2年次に学習した内容の復習や、数値計算に関わるより深い理解を促すことができたと考えられる。今後は物理の講義で扱う現象の高精度シミュレーションへの応用を題材として取り込むこと等を試み、自ら手を動かして実装させることで物理現象への理解度が向上する効果について検証したい。