

17a-D7-4

ロジスティック写像と不快音

Logistic Map and Scratching Sounds

拓殖大工 幹 康

Takushoku Univ. Yasushi Miki

E-mail: ymiki@cs.takushoku-u.ac.jp

1. はじめに

黒板やガラス板を爪で引っ掻いたときに発生する不快な音を生成する数学モデルを提案する。このような音は、一般的に、摩擦振動によって発生すると考えられている。さらに、この摩擦振動の特殊なケースとしてロジスティック写像が導かれることが報告されている。[1] 本報告では、不快音生成モデルとしてこのロジスティック写像を基本に、摩擦振動に見られる「スティック・スリップ」現象を組み込んだ新たなモデルを提案する。

2. 修正ロジスティックモデル [2]

離散ロジスティック写像は 2 次式

$$x_{n+1} = 4\lambda x_n(1 - x_n) \quad (1)$$

で与えられる写像である。ここに、 $\lambda(0 \leq \lambda \leq 1)$ は式 (1) の極大値を決定する。この写像を繰り返すことにより、一連のデータが生成される。本報告では、このモデルに対して摩擦振動におけるスティック・スリップ現象を反映すべく、下方方向への遷移は一定速度で変化するように設定した。これは丁度、弦楽器の弦と弓との間のスティック状態での運弓（ダウンストローク）速度に対応する。図 1 に修正モデルによる信号生成の様子を示す。

ロジスティック写像はパラメータ λ の値に従っ

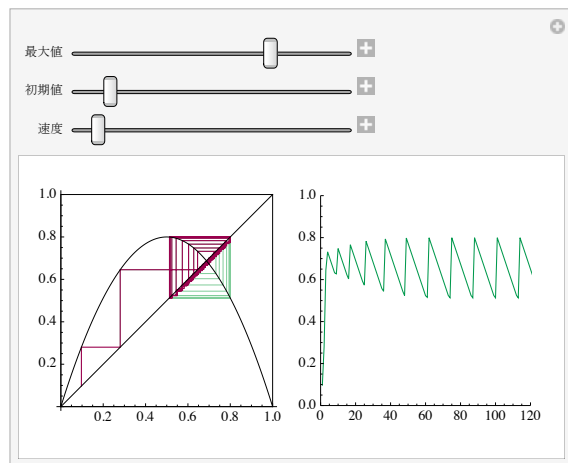


図 1 修正ロジスティックモデルによる信号生成

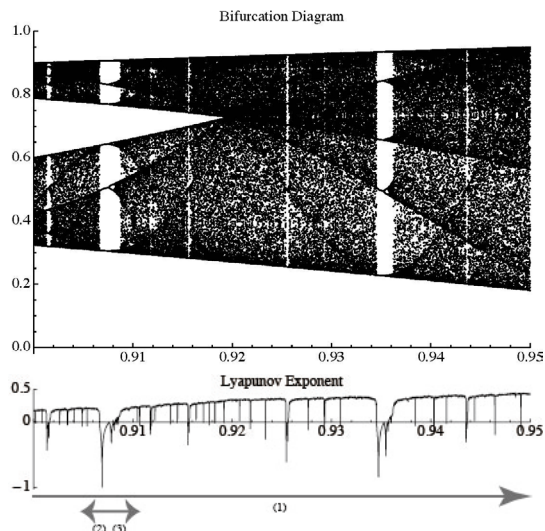


図 2 ロジスティックモデルの分岐図とリアプノフ指数

て様々な周期振動を生成し、さらに、カオス状態に突入する。

3. 不快音の生成

図 2 にパラメータ λ を 0.9 から 0.95 まで変化させたときの分岐図とリアプノフ指数を示す。前者は、ロジスティック写像が生成する信号の周期変化を示し、後者は、それがカオス状態にあるか（正のとき）否か（負のとき）を示す。この図から、 λ の変化に伴いカオス状態からの逸脱（リアプノフのヒゲ）が間欠的に起こっていることが分かる。このような状態変化が摩擦音特有の不快さに大きく関わっていると思われる。

いくつかの方式に従って、不快音（スクラッチ音）の生成を試みた。

- (1) λ を直線的に変化：0.9 から 0.95 まで
- (2) λ を正弦波的に変化：0.91 辺りのリアプノフのヒゲを中心に
- (3) λ をランダムに変化：範囲は (2) と同じ

[参考文献]

- [1] P. W. Milonni et al., *Chaos in Laser-Matter Interactions*, World Scientific Publishing, 1987.
- [2] Y. Miki, Using the logistic map to generate scratching sounds, *The Mathematica Journal*, vol. 15, 2013.