

吸収媒質中を伝搬する光波の量子力学的取扱い

Quantum Mechanical Treatment of Traveling Light in an Absorptive Medium

阪大工 〇井上 恭

Osaka Univ., 〇Kyo Inoue

E-mail: kyo@comm.eng.osaka-u.ac.jp

[はじめに]光の量子雑音特性が伝搬損失に影響されることはよく知られている。従来、損失媒質内を伝搬する光の量子状態変化あるいは量子雑音はビームスプリッタ (BS) モデルで取り扱うのが定番となっている[1]。伝搬損失を BS の透過率で表し、空き端子から真空場が混入するとするモデルである。この BS モデルは便利で実用的であるが、現象論的に導入されたものであり、その起源は明らかではない。そこで本論文では、量子力学の基本原則から、吸収媒質を伝搬する光の状態変化を記述する式を導出する。

[ハイゼンベルグ方程式]媒質内において、伝搬光は二準位系との相互作用により減衰するものとする。この物理系のハミルトニアンは次のように表される[1]。

$$\hat{H} = \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} + \sum_j \hbar\omega_m^{(j)}\hat{\pi}_j^\dagger\hat{\pi}_j + i\sum_j \hbar(\alpha_j\hat{\pi}_j^\dagger\hat{a} - \alpha_j^*\hat{\pi}_j\hat{a}^\dagger) \quad (1)$$

$\hat{a}$: 消滅演算子、 $\{\hat{\pi} = 2 \times |1\rangle, \hat{\pi}^\dagger = 2 \times \langle 1|\}$: 二準位系遷移演算子、 $|1\rangle$: 下準位状態、 $|2\rangle$: 上準位状態、 ω : 光角周波数、 $\hbar$: プランク定数、 $\hbar\omega_m^{(j)}$: 二準位系エネルギー、 α_j : 結合定数、であり、添え字 j で各二準位系を指し示す。これよりハイゼンベルグ運動方程式が次のように書き下される。

$$\frac{d\hat{a}}{dt} = \frac{1}{i\hbar}[\hat{a}, \hat{H}] = -i\omega\hat{a} - \sum_j \alpha_j \hat{\pi}_j \quad \frac{d\hat{\pi}_j}{dt} = \frac{1}{i\hbar}[\hat{\pi}_j, \hat{H}] = -i\omega_m^{(j)}\hat{\pi}_j + \alpha_j(\hat{\pi}_j\hat{\pi}_j^\dagger - \hat{\pi}_j^\dagger\hat{\pi}_j)\hat{a} \quad (2)$$

上式を逐次近似で2次まで解き進むと、次式が得られる (但し、上添え字(0)は初期値の意)。

$$\hat{a}(t) = \hat{a}^{(0)}[1 - \sum_j |\alpha_j|^2 \frac{1 - e^{-i(\omega_j - \omega)t} - i(\omega_j - \omega)t}{(\omega_j - \omega)^2} \hat{\pi}_j^{(0)}\hat{\pi}_j^{(0)\dagger} - \hat{\pi}_j^{(0)\dagger}\hat{\pi}_j^{(0)}] - i\sum_j \alpha_j^* \frac{e^{-i(\omega_j - \omega)t} - 1}{\omega_j - \omega} \hat{\pi}_j^{(0)} \quad (3)$$

第1項が BS モデルにおける透過項、第2項が空き端子からの真空場に対応する。

[物理量変化]演算子を初期状態で平均化すると観測物理量が得られる。物質系初期状態は全て下準位とし、いくつかの近似を用いて光振幅及びその実部の分散を計算すると、次式となる。

$$\langle \hat{a}(t) \rangle = \langle \hat{a}(0) \rangle e^{(-\alpha + i\eta)t} \quad (4a)$$

$$\sigma_{x1}^2(t) = \langle \left\{ \frac{\hat{a}(t)e^{-i\eta t} + \hat{a}^\dagger(t)e^{i\eta t}}{2} \right\}^2 \rangle = \langle \frac{\hat{a}(t)e^{-i\eta t} + \hat{a}^\dagger(t)e^{i\eta t}}{2} \rangle^2 = \sigma_{x1}^2(0)e^{-\alpha t} + \frac{1}{4}(1 - e^{-\alpha t}) \quad (4b)$$

上式は微小時間内 (i.e., 局所場) で物理量変化を表す。これを媒質伝搬時間にわたって逐次適用すると、媒質入出力特性が得られる。

[まとめ]量子力学の基本原則より損失媒質を伝搬する光を記述する表式を導出した。

[1] R. Loudon, *The Quantum Theory of Light*, 3rd ed. (Oxford, New York, 2000)