ギャップブロードニング効果を考慮した超伝導共振器の応答特性の解析

Responsivities of the superconducting resonator in consideration of the gap-broadening effect

○ 野口 卓 [1], Shibo Shu[2], Agnes Dominjon[1] 関本 裕太郎 [1] (1. 国立天文台、2. 東大理)
○T. Noguchi[1], S. Shu[2], A. Dominjon[1], Y. Sekimoto[1] (1.NAOJ/NINS, 2.Tokyo Univ.)
E-mail: Takashi.Noguchi@nao.ac.jp

ギャップ内への準粒子状態の広がり (ギャップブロードニング) はギャップエネルギを複素数 $\Delta = \Delta_1 + i\Delta_2$ とすることにより記述でき、これを用いて Mattis-Bardeen (M-B) 理論を拡張することにより超伝導体の複素伝導度や表面抵抗を求めることができることを示してきた。今回、ギャップブロードニングを考慮して低温での準粒子密度を求め、複素伝導度の解析的近似式を用いて超伝導共振器の応答度を求めた。

ギャップブロードニングを考慮した超伝導体内の準粒子密度は、十分低温 ($T \ll \Delta_1/k_B$) では、次式で近似できる。

$$n_{\rm qp} = 4N_0 \int_0^\infty {\rm Re}\left[\frac{E}{\sqrt{E^2-\Delta^2}}\right] f(E)dE \tag{1}$$

$$\simeq n_{\rm qp}^{\rm GB} + n_{\rm qp}^{\rm MB} \tag{2}$$

$$n_{\rm qp}^{\rm GB} \equiv \frac{\pi^2}{3} N(0) \left[\frac{\Delta_2}{\Delta_1^2+\Delta_2^2}\right] (k_B T)^2 \tag{3}$$

$$n_{\rm qp}^{\rm MB} \equiv 2N_0 \sqrt{2\pi k_B T \Delta_1} \exp\left(-\frac{\Delta_1}{k_B T}\right) \tag{4}$$

ここで、$f(E)$ はフェルミ分布関数、$n_{\rm qp}^{\rm GB}$、$n_{\rm qp}^{\rm MB}$ は、それぞれ、ギャップ内とギャップ端以上に存在する準粒子密度である。(1)–(4) 式を用いて求めた Al 超伝導共振器内の準粒子密度の温度依存性を図 1(a) に示す。0.15 K 以下の低温においても、無視できない数の準粒子が存在することがわかる。

この低温で存在する準粒子の超伝導共振器の応答特性への影響を調べてみる。超伝導共振器の位相の応答度 $\frac{\delta\theta}{\delta N_{\rm qp}}$ は

$$\frac{\delta\theta}{\delta N_{\rm qp}} = \frac{\delta\theta}{\delta f_r(T)} \frac{\delta f_r(T)}{\delta N_{\rm qp}} \simeq -\frac{4Q_r}{f_r(0)} \frac{\delta f_r(T)}{\delta N_{\rm qp}} = -\frac{4Q_r}{f_r(0)} \left\{ \frac{\delta f_r(T)}{\delta T} \Big/ \frac{\delta N_{\rm qp}}{\delta T} \right\} \tag{5}$$

で与えられる。ここで、$N_{\rm qp}$ は準粒子数、Q_r、$f_r(T)$ は、それぞれ、共振器の Q 値および共振周波数である。共振周波数の温度に対する変化率 $\frac{\delta f_r(T)}{f_r(0)}$ は、十分低温では、

$$\frac{\delta f_r(T)}{f_r(0)} = \frac{1}{2}\alpha \frac{\delta\sigma_2(T)}{\sigma_2(0)} = \alpha \exp\left(-\frac{\Delta_1}{k_B T}\right) \times \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) I_0\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \tag{6}$$

で与えられる。ここで、α は全インダクタンスに対する力学インダクタンスの比率である。

(1)–(6) 式を用いて超伝導共振器の応答度を計算できる。図 1(b) に、Al 共振器の $\frac{\delta f_r(T)}{f_r(0)}$ の準粒子数 $N_{\rm qp}$ 依存性を示す。従来、共振周波数の変分 $\delta f_r(T)$ は準粒子数 $N_{\rm qp}$ に比例すると考えられてきたが、ギャップブロードニングの効果を考慮すると、線形関係からズレていることがわかる。特に、準粒子数の少ない領域 ($< 1 \times 10^5$ 個) でその傾きが 0 に近づくが、これは準粒子数が減少する低温領域で位相の応答が消失すること意味している。図 1(c) に、Al 共振器の位相応答度 $\frac{\delta\theta}{\delta N_{\rm qp}}$ の温度依存性の計算値を示す。低温領域で位相応答度が急激に減少していることがわかる。振幅応答度についても同様な傾向を示した。このような低温での応答度の低下は現実の超伝導共振器において観測されており、ギャップブロードニングによるギャップ内準粒子の存在の影響が現れたものと考えられる。

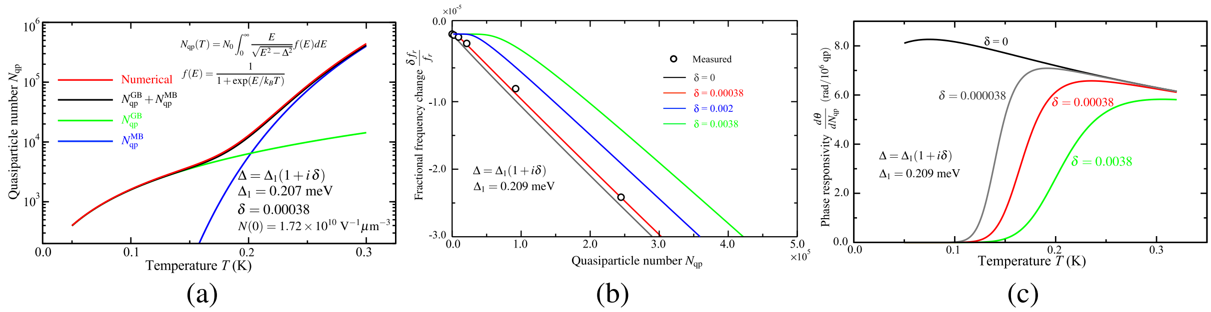

Fig. 1 (a) The number of residual quasiparticles as function of temperature, (b) fractional frequency change as a function of the number of quasiparticles and (c) phase responsivity as a function of temperature.