

# 球面調和関数変換を用いた球形計算機ホログラムの高速計算法

## Fast Calculation Method for Spherical Computer-Generated Hologram by Spherical Harmonics Transformation

○ 山東 悠介<sup>3</sup>、茨田 大輔<sup>1,2</sup>、ボウス ジャッキン<sup>1</sup>、谷田貝 豊彦<sup>1</sup>

(1. 宇大 CORE、2. 宇大院工、3. 大阪府産技研)

○ Yusuke Sando<sup>3</sup>, Daisuke Barada<sup>1,2</sup>, Boaz Jessie Jackin<sup>1</sup>, Toyohiko Yatagai<sup>1</sup>

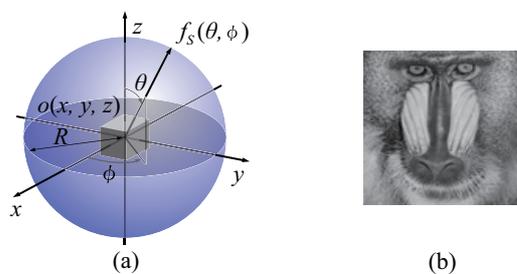
(1. CORE, Utsunomiya Univ., 2. Grad. Sch. Eng., Utsunomiya Univ., 3. TRI Osaka Pref.)

E-mail: sando@tri-osaka.jp

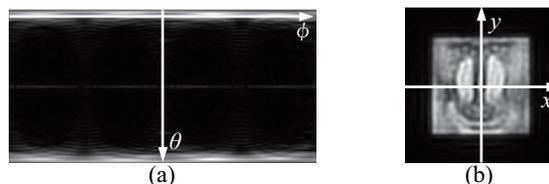
近年、仮想現実 (VR) に関する技術が注目されている。VR においては高い臨場感が要求され、立体感も重要な要素として位置付けられている。自然な立体感を表現するためには、運動視差の実現が不可欠であり、ホログラフィはこのような要求を満たす、理想的な立体表示技術である。中でも形状を球形とした球形ホログラムは、水平・垂直とも完全な視域を有しており、期待も大きい。しかし、球形ホログラムでは、球面への回折計算が必要となるが、平面への回折計算で用いられる一般的な高速回折計算アルゴリズムが適用できず、莫大な計算時間を強いられる。そこで球面座標系で物体を定義することで、アルゴリズム上での高速化を図った方法が報告された [1, 2]。しかし、3次元物体を直交座標系 (デカルト座標系) で定義できないため、現実的には扱いが難しいという欠点があった。

そこで本研究では、球面調和関数変換を用いることで、Fig. 1 に示すように直交座標系で定義される 3次元物体  $o(x, y, z)$  から半径  $R$  の球面への回折波  $f_S(\theta, \phi)$  を高速に計算する方法を提案する。まず、 $o(x, y, z)$  の 3次元フーリエスペクトルにおいて、半径  $1/\lambda$  の球面上に位置する 2次元スペクトルを天頂角  $\theta$  と方位角  $\phi$  を用いて  $O_S(\theta, \phi)$  と表すと、 $f_S(\theta, \phi)$  は、以下の積分形式で表現することができる。

$$f_S(\theta, \phi) = C \int_{S^2} O_S(\theta, \phi) e^{i2\pi R \cos \alpha / \lambda} ds. \quad (1)$$



**Fig. 1:** (a) Schematics of diffraction calculation from a 3-D object onto a spherical surface and (b) the object distribution used for the simulation.



**Fig. 2:** Numerical results: (a) the amplitude on the spherical surface and (b) the reconstructed image from the spherical surface, respectively.

ただし、 $ds$  は微小面積  $\sin \theta d\theta d\phi$  を表し、 $S^2$  は半径  $1/\lambda$  の球面とする。また、 $\alpha$  は、 $(\theta, \phi)$  と  $(0, 0)$  のなす角である。Eq. (1) は、球面上で定義される畳み込み積分の形式をしており、球面調和関数におけるコンボリューション定理を用いた高速な計算が可能である [3]。従って、直交座標系での 3次元物体から球面への回折計算を高速に行うことができる。

本手法を実証するため、シミュレーションを行った。物体として、Fig. 1(b) に示す 2次元画像を  $z = 0$  平面に配置した。次に Eq. (1) に従い、半径  $R$  の球面上での回折波を計算した結果を Fig. 2(a) に示す。物体の位相分布を一様としたため、極方向に伝搬していることが確認できる。次に、点光源の重ね合わせを直接計算する直接法を用いて、この球面上の波面の逆回折を計算し、 $z = 0$  平面での波面を算出した結果を Fig. 2(b) に示す。標本間隔の関係上、細部の情報は欠落しているが、Fig. 1(b) に示す画像が再構成され、本手法の妥当性が実証された。また、計算時間は 3.3 秒以下で、直接法の約 270 秒と比較して大幅な高速化が達成された。

本研究の一部は、科学研究費補助金 (15K21699) の助成を受けて実施されたものである。

### 参考文献

- [1] M.L.Tachiki, *et al.*, Appl. Opt.**45**, 3527 (2006).
- [2] B. J. Jackin, *et al.*, Opt. Express**21**, 935 (2013).
- [3] R. A. Kennedy, *et al.*, Digit. Sig. Process. **21**, 660 (2011).