

拡張 Mattis-Bardeen 理論による超伝導共振器の解析

Analysis of a superconducting resonator using the extended Mattis-Bardeen theory

○野口 卓¹, 関根 正和², Agnes Dominjon¹ 関本 裕太郎¹ (1. 国立天文台、2. 東大理)

○T. Noguchi¹, M. Sekine², A. Dominjon¹, Y. Sekimoto¹ (1.NAOJ, 2.Tokyo Univ.)

E-mail: Takashi.Noguchi@nao.ac.jp

ギャップ内への準粒子状態の広がり (ギャップブロードニング) はギャップエネルギーを複素数 $\Delta = \Delta_1 + i\Delta_2$ とすることにより記述でき、これを用いて Mattis-Bardeen (M-B) 理論を拡張することにより超伝導体の複素伝導度や表面抵抗を求めることができることを示してきた。今回、拡張 M-B 方程式の解析的近似式を導出し、低温における超伝導共振器の Q 値の振舞いについて解析を行ったので報告する。

十分低温 ($T \ll \Delta_1/k_B$) で、マイクロ波周波数が低い ($\omega \ll \Delta_1/\hbar$) 場合、複素伝導度 $\sigma_s = \sigma_1 - i\sigma_2$ を記述する拡張 M-B 方程式は以下の解析式で近似的できる。

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_1}{\sigma_N} &\simeq \frac{\sigma_1^{MB}}{\sigma_N} + \frac{\sigma_1^{GB}}{\sigma_N} \\ \frac{\sigma_1^{MB}}{\sigma_N} &= \frac{4\Delta_1}{\hbar\omega} \exp\left(-\frac{\Delta_1}{k_B T}\right) \sinh\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) K_0\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \\ \frac{\sigma_1^{GB}}{\sigma_N} &= \frac{\pi\Delta_2}{\hbar\omega} \left[1 + \frac{2\Delta_1}{k_B T} \exp\left(-\frac{\Delta_1}{k_B T}\right) \times \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) I_0\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right)\right] \\ \frac{\sigma_2}{\sigma_N} &\simeq \frac{\pi\Delta_1}{\hbar\omega} \left[1 - 2\exp\left(-\frac{\Delta_1}{k_B T}\right) \times \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) I_0\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right)\right]\end{aligned}$$

ここで、 $I_0(x)$ 、 $K_0(x)$ は、それぞれ、0 次の第 1 種、第 2 種変形ベッセル関数である。 σ_1^{MB} はギャップ端以上のエネルギーの準粒子の複素伝導度の実数部 σ_1 への寄与を表し、温度の低下と共に指数関数的に減少する。一方、 σ_1^{GB} はギャップブロードニングに伴うギャップ内準粒子の σ_1 への寄与を表し、殆ど温度に依存せず、 $T = 0$ K で一定値 $\pi\Delta_2/\hbar\omega$ となる。また、複素伝導度の虚数部 σ_2 はギャップブロードニングの影響を受けず、 $T = 0$ K で一定値 $\pi\Delta_1/\hbar\omega$ となる。そ

のため、複素伝導度の Q 値 (σ_2/σ_1) は温度の低下と共に指数関数的に増加した後、 $T = 0$ K の値 $Q_s(0) = \Delta_1/\Delta_2$ に漸近すると予想される。

図 1(a) に前記の解析式を用いてフィッティングした Al 薄膜超伝導共振器の Q 値の温度依存性を示す。ここで、複素ギャップエネルギー Δ をパラメータして温度依存性のプロファイルを求め、 $\alpha = L_K/L$ (L :全インダクタンス、 L_K :力学インダクタンス) をスケーリングパラメータとして測定値とのフィッティングを行ない、 Δ と α について最適の組み合わせを求めた。0.25 K 以上の高温側では、 σ_1^{MB} の温度依存性を反映して、温度の低下と共に Q 値は急激に増加するが、0.2 K 以下の低温域では σ_1^{GB} が支配的となり一定値に漸近する。

図 1(b)、(c) に、それぞれ、共振周波数と Q 値の逆数の温度に対する変差 $\delta f_r/f_r$ と $\delta(1/Q_r)$ の測定値と Q 値のフィッティングによって得られた α を用いて求めた計算値を示す。 $\delta\sigma_2(T)$ は Δ_2 の大きさに依存せず、 $\delta f_r/f_r$ は従来の M-B 方程式の予測と一致している。一方、 $\delta(1/Q_r)$ は Δ_2 の大きさに依存するが、 Δ_2/Δ_1 が小さい ($< 10^{-3}$) 場合には、 $\delta\sigma_1^{MB}$ が支配的になり、従来の M-B 方程式の予測と一致することが判った。

拡張 Mattis-Bardeen 理論に基づく解析的近似式によって、超伝導共振器の特性を定量的に説明できることが明らかになった。この解析的近似式を用いた超伝導共振器の解析により、低温での共振器の Q 値の飽和がギャップブロードニングに起因することが確認できた。

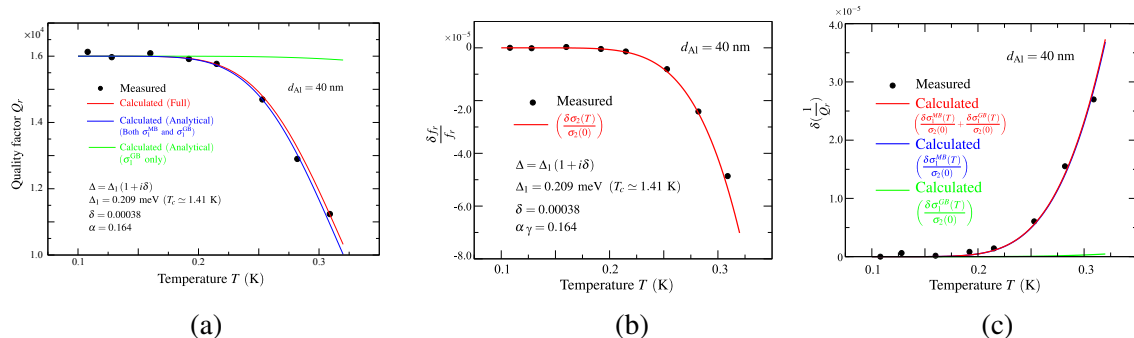


Fig. 1 Measured and simulated (a) Q factor, variations of (b) fractional frequency and (c) inverse Q factor of a 40-nm Al film resonator.