

Jones N 行列で表される系の極分解の検討

Polar decomposition of a system expressed by a Jones N-Matrix

○徳島大院 ○銀屋 真, 岩田 哲郎

Graduate school of Tokushima Univ. ○Makoto Ginya, Tetsuo Iwata

E-mail: c501342007@tokushima-u.ac.jp

1. はじめに

一般に、ある系に入射した光の偏光状態の変化は 4×4 の変換行列であるミュラー行列で表現される。もし、異なる偏光特性を持つ複数の系を光が通過する場合、それぞれに対応するミュラー行列の乗算で表現することができる。一方、未知の系の偏光特性を解析する手法として、Chipman が提案したミュラー行列の極分解アルゴリズムが一般に受け入れられている[1]。しかし、ミュラー行列を任意のミュラー行列の乗算に分解するこの手法の有効性について実験的な検証がいくつか行われているが、解析する系に対して行列の交換則が成立するかどうかに加えて、複数の偏光特性を併せ持つような系に対しては自ずと適用限界があるとも考えられる。そこで、複数の偏光特性を併せ持つ系を表現できる Jones N 行列に着目した[2]。これは、Jones 行列を基に構成されるため、偏光解消のある系には適用できないが、極分解アルゴリズムが適用できる系について検証することは理論的にも実用的にも価値のあることだと思われる。

2. Jones N 行列への極分解アルゴリズムの適用

偏光状態の変化はジョーンズベクトルおよびストークス・パラメータの変換行列である 2×2 のジョーンズ行列 $\mathbf{J}$ および 4×4 のミュラー行列 $\mathbf{M}$ によって表せる。完全偏光を取り扱うには電界の変化を直接扱うジョーンズ行列が優れているが、複数の偏光状態が混在する偏光解消を取り扱うにはミュラー行列を用いる必要がある。この時、偏光解消がない系であればジョーンズ行列はミュラー行列に変換できる[3]。ここで、複数の系を光が順番に透過する場合、透過する順番に行列を $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \mathbf{M}_1$ と乗算すればよいが、一般にジョーンズ行列およびミュラー行列は交換則が成立しないため、この順番を入れ替えることはできない。そのため、複数の偏光特性を 1 つの系で併せ持つ場合には行列の乗算では表現できず、Jones N 行列を用いる必要がある。Jones N 行列は、旋光性など最大 8 つの偏光特性を表すジョーンズ行列から微小領域における偏光特性を表す行列 $\mathbf{N}$ を求め、複数の $\mathbf{N}$ を合成することでそれに対応するジョーンズ行列を算出する手法である。図 1 に、例として旋光性と二色性を併せ持つ系を Jones N 行列で算出するときの各ジョーンズ行列 $\mathbf{J}$ 、 $\mathbf{N}$ 行列 $\mathbf{N}$ 、ミュラー行列 $\mathbf{M}$ の関係を示す。ここで、添え字 LD および CB は旋光性および二色性を、CB-LD は旋光性と二色性を併せ持つ系を表す。

極分解アルゴリズムを用いると、未知の系のミュラー行列 $\mathbf{M}$ は $\mathbf{M}_D$ 、 $\mathbf{M}_R$ および $\mathbf{M}_D$ の 3 つの行列の積に分解することができる。ここで、 $\mathbf{M}_D$ は偏光解消、 $\mathbf{M}_R$ は位相遅れ、 $\mathbf{M}_D$ は吸収を表すミュラー行列である。乗算の順番は任意に決定できるが、ここでは一般的に用いられている $\mathbf{M} = \mathbf{M}_D \mathbf{M}_R \mathbf{M}_D$ を用いる。

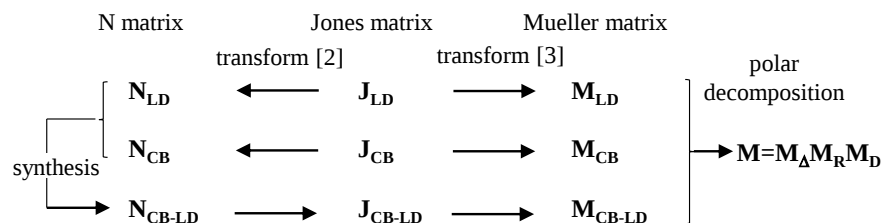


図1 Jones N行列への極分解アルゴリズムの適用の手順

一般的に用いられている $\mathbf{M} = \mathbf{M}_D \mathbf{M}_R \mathbf{M}_D$ を用いる。旋光性と二色性を併せ持つミュラー行列 $\mathbf{M}_{CB-LD}$ にその極分解を適用すると、旋光性は位相遅れに、二色性は吸収に関する特性であるため $\mathbf{M}_R = \mathbf{M}_{CB}$ 、 $\mathbf{M}_D = \mathbf{M}_{LD}$ となるはずである。

3. 旋光性と二色性を併せ持つ系への極分解アルゴリズムの適用結果

Jones N 行列より $\mathbf{M}_{CB-LD}$ を算出した。まず、 $\mathbf{M}_{LD}$ および $\mathbf{M}_{CB}$ の交換則が成立するかを確認するため、 $\mathbf{M}_{CB} \mathbf{M}_{LD}$ 、 $\mathbf{M}_{LD} \mathbf{M}_{CB}$ および $\mathbf{M}_{CB-LD}$ に x 軸方向の直線偏光となるストークス・パラメータ $[1 \ 1 \ 0 \ 0]^T$ をかけ、出射光のストークス・パラメータを確認した。ここで、二色性 $\mathbf{M}_{LD}$ の光学軸は x 軸 y 軸と一致し、それぞれの軸での減衰率を $p_x=1$ および $p_y=0$ とした。また、旋光性 $\mathbf{M}_{CB}$ は旋光角 $\theta=45^\circ$ とした。このとき、 $\mathbf{M}_{CB} \mathbf{M}_{LD}$ 、 $\mathbf{M}_{LD} \mathbf{M}_{CB}$ および $\mathbf{M}_{CB-LD}$ の出射光のストークス・パラメータはそれぞれ $[1 \ 0 \ 1 \ 0]^T$ 、 $[1 \ 1 \ 0 \ 0]^T$ および $[1 \ 0.7 \ 0.18 \ 0]^T$ となり、交換則が成立せず、また $\mathbf{M}_{CB-LD}$ は $\mathbf{M}_{CB} \mathbf{M}_{LD}$ と $\mathbf{M}_{LD} \mathbf{M}_{CB}$ とは異なる行列になることが確認された。そこで、 $\mathbf{M}_{CB} \mathbf{M}_{LD}$ 、 $\mathbf{M}_{LD} \mathbf{M}_{CB}$ および $\mathbf{M}_{CB-LD}$ に極分解を適用した。 p_x と p_y の差が大きいと極分解の計算精度が悪化するため $p_x=1$ 、 $p_y=0.5$ として旋光角を 0 から 360° まで変化させたときに、極分解によって設定した旋光角を得られるかを確認した。その結果、 $\mathbf{M}_{CB} \mathbf{M}_{LD}$ 、 $\mathbf{M}_{LD} \mathbf{M}_{CB}$ においては設定した旋光角を得られたが、 $\mathbf{M}_{CB-LD}$ では得られなかった。Jones N 行列におけるその他の偏光特性の組み合わせなどの検討結果を報告する。

参考文献

- [1] S. Lu, R. A. Chipman, J. Opt. Soc. Am., A, **13**, 5(1996), p.p. 1106-1113..
- [2] D.S. Kliger, J. W. Lewis, and C. E. Randall, "Polarized light in optics and spectroscopy," Academic, San Diego (1990).
- [3] R. M. A. Azzam et.al Ellipsometry and Polarized light, North-Holland, Amsterdam (1977).