

曲率パラメータを用いた仮想曲空間における光伝播解析方法の検討

Investigation of Light Propagation Analysis in Virtual Curved Space with a Curvature Parameter

宇大院工¹, 宇大 CORE², 産総研³, 大阪技術研⁴, ○ 茨田 大輔^{1,2,3}, 山東 悠介⁴, 福田 隆史³

Grad. Sch. Eng., Utsunomiya Univ.¹, CORE, Utsunomiya Univ.², AIST³, ORIST⁴, Daisuke

Barada^{1,2,3}, Yusuke Sando⁴, Takashi Fukuda³

E-mail: barada@cc.utsunomiya-u.ac.jp

光伝播解析は、特殊な光学機能を有する光学素子の構造設計や、光学現象の説明などに用いられる。光学媒質の光学定数や構造の形状などの条件を設定し、マクスウェル方程式を解くことによって光伝播解析を行うことができるが、球や円柱などの特別な形状を除いて、一般的に解析的な解を得ることは難しい。そこで、時空間を離散化し、数値計算によって数値的に解が得られる。しかし、空間は光の波長よりも十分小さな刻みで離散化しなければならず、滑らかな曲面から曲面への光伝播であっても、リットル空間のような大きな系を計算する場合は、膨大な計算コストを要する。また、構造設計を行う場合は、目的の機能が得られるまで、構造を少しずつ変えて繰り返しの計算を行う必要がある。本研究では、上述の問題を解決することを目的とし、仮想曲空間を用いた光伝播解析方法を提案する。曲空間とは光が真っ直ぐ進まない曲がった空間を指す。

曲面が平面に見える仮想曲空間を考えると、実空間での真空領域が、仮想曲空間では誘電率、透磁率分布をもつ媒質で充填されているように見える [1]。この仮想曲空間において、真電荷と真電流がなく、単一周波数で振動する電磁波が満たす波動方程式は、

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \frac{\omega^2}{c^2} g^{-1} \mathbf{E} = -\nabla \left\{ \nabla \cdot \left[(g^{-1} - I) \mathbf{E} \right] \right\} - i\omega\mu_0 \nabla \times \left[(g^{-1} - I) \mathbf{H} \right] \quad (1)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + \frac{\omega^2}{c^2} g^{-1} \mathbf{H} = -\nabla \left\{ \nabla \cdot \left[(g^{-1} - I) \mathbf{H} \right] \right\} + i\omega\mu_0 \nabla \times \left[(g^{-1} - I) \mathbf{E} \right] \quad (2)$$

と書ける。ここで、 ω は角周波数、 ε_0 は真空の

誘電率、 μ_0 は真空の透磁率、 g は計量テンソル、 I は単位テンソルである。ここで、 $\alpha = 0$ でデカルト座標系、 $\alpha > 0$ で任意の座標系となるような曲率パラメータ α を導入すると、電磁場と g は座標 $\mathbf{r} = (x^1, x^2, x^3)$ と α の関数となる。このとき電場を α でマクローリン展開すると、

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \alpha) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \frac{\partial^m \mathbf{E}(\mathbf{r}, 0)}{\partial \alpha^m} \alpha^m \quad (3)$$

と書ける。よって、 $\partial^m \mathbf{E}(\mathbf{r}, 0) / \partial \alpha^m$ を求めると解が求まることになる。

まず、式 (1) に $\alpha = 0$ を代入するとヘルムホルツ方程式となるため、平面波解が得られる。磁場についても同様である。次に、式 (1) の両辺を α で偏微分し、 $\alpha = 0$ を代入すると、

$$\left(\nabla^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \right) \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, 0)}{\partial \alpha} = -\frac{\omega^2}{c^2} \frac{\partial g^{-1}(\mathbf{r}, 0)}{\partial \alpha} \mathbf{E}(\mathbf{r}, 0) - \nabla \left\{ \nabla \cdot \left[\frac{\partial g^{-1}(\mathbf{r}, 0)}{\partial \alpha} \mathbf{E}(\mathbf{r}, 0) \right] \right\} - i\omega\mu_0 \nabla \times \left[\frac{\partial g^{-1}(\mathbf{r}, 0)}{\partial \alpha} \mathbf{H}(\mathbf{r}, 0) \right] \quad (4)$$

のように非斉次ヘルムホルツ方程式となる。このとき、右辺の $\mathbf{E}(\mathbf{r}, 0)$, $\mathbf{H}(\mathbf{r}, 0)$ はすでに求まっているため、グリーン関数法によって積分形式の解が得られる。このように式 (1), (2) を α で m 階偏微分したときの解は、 $m-1$ 階偏微分の解を用いて求まり、マクローリン展開の低次の項から順に求まる。また、 α の変化による結果の違いも求まるため、構造設計にも役立つと考えられる。

本研究の一部は JSPS 科研費 26288114, 17H03136 の助成により行われた。

[1] 茨田他, OPJ2015 講演予稿集, 29aC2 (2015).