

差分近似による空気群屈折率の簡易計算

Simplified calculation of group refractive index of air by difference approximation

長岡技大機¹ 北京理工大機² 厦門大機電³ ○韋 冬¹, 肖 木嶸², and 楊 平³

Nagaoka Univ. of Technology¹, Beijing Institute of Technology²,

Xiamen University³ ○Dong Wei¹, Muzheng Xiao², and Ping Yang³

E-mail: weidong@mech.nagaokaut.ac.jp

2009年7月、日本の計量法に定められた長さの国家標準（特定標準器）がフェムト秒光周波数コム（以下、光周波数コム）へと変わった。He-Ne レーザーの周波数 f が安定しているため、波長 $\lambda = c / f$ がメートルの実現に使われている。 c は真空中の光速である。光周波数コムの繰返し周波数 f_{rep} も安定しているため、隣接したパルス繰返し間隔長（adjacent pulse repetition interval length, APRIL） $\Lambda = c / f_{\text{rep}}$ もメートルの実現に応用できる[1]。

長さ計測はよく空気中で行われる。長さ計測結果は空気屈折率の影響を受ける。APRIL を用いた計測は、長さ補正に、空気の群屈折率を計算する。その計算は経験式とその微分が必要である。本稿では、この微分計算を差分近似で行い、近似の計算結果[2,3]を報告する。

空気の群屈折率は式(1)のように計算できる。

$$n_g(\lambda_{\text{cen_vac}}) = n_p(\lambda_{\text{cen_vac}}) - \lambda_{\text{cen_vac}} \times (dn_p(\lambda_{\text{vac}}) / d\lambda_{\text{vac}})_{\lambda_{\text{cen_vac}}} \quad (1)$$

ここで、 λ_{vac} は真空中の中心波長で、 $n_p(\lambda_{\text{vac}})$ は位相屈折率で、 $\lambda_{\text{cen_vac}}$ は光周波数コムの中心波

長である。 $(dn_p(\lambda_{\text{vac}}) / d\lambda_{\text{vac}})_{\lambda_{\text{cen_vac}}}$ は関数 $y = n_p(\lambda_{\text{vac}})$ が $\lambda_{\text{vac}} = \lambda_{\text{cen_vac}}$ における微分である。この項を

差分近似（前進差分近似、後退差分近似と中心差分近似）した。さらに、近似点数（2点、3点と4点）による計算も検討した。

経験式で計算される位相屈折率は連続した単調増加関数である。微分の違いは曲線の傾きの違いである。ゼロになる点がなく、差分計算不可な点は存在しない。差分近似を実施した時、近似の方向と計算に用いる点数が計算可能な中心波長を制限する。まだ、近似精度は丸め誤差と打ち切り誤差に制限される。本研究はノンエキスパートユーザーの利用を想定している。計算可能な中心波長に対して、異なるステップサイズで計算した時、近似の差を評価した。ステップサイズが 10 nm で 4 点中心差分近似を用いたとき、中心波長(320~1680 nm)において、微分計算と比較し、両方で計算した群屈折率の差は 30×10^{-9} より小さいことが分かった。

謝辞 本研究の一部は学長戦略経費（2015-A）の支援より実施したものです。

参考文献 1. D. Wei and M. Aketagawa, Optics Express 22(6), 7040-7045 (2014) 2. D. Wei, M. Xiao and P. Yang, JEOS:RP; Vol 11 16013 (2016) 3. D. Wei, M. Xiao and P. Yang, Optik. (2016) (accepted)