

(2+1)次元 Maxwell-Chern-Simons ゲージ理論における Casimir 効果

Theoretical study on Casimir effect in (2+1)dimensional Maxwell-Chern-Simons gauge theory

北川均

H. Kitagawa

E-mail: kitagawadirac@gmail.com

電磁場の零点エネルギーは場の無限自由度に起因して発散してしまう。しかし、共振器内外の零点エネルギーの差は有限である。1948 年、Casimir はこのエネルギー差が現在 Casimir 力と呼ばれている、共振器内外を仕切る導体間の引力として現れることを示した¹⁾。以来、現在に至るまで物理学の進展に応じて様々な Casimir 力の研究が行われている。これまで Casimir 力は、主に(1+1)、(3+1)次元時空について調べられており、その境界条件の設定次第では引力とは限らず斥力として現れることが示されている。またゲージ粒子である光子は質量をもたない。

そこで今回は、(2+1)次元時空における質量をもつゲージ場についての Casimir 力の検討を行った。一般にゲージ粒子が質量をもつ場合、そのラグランジアン密度(以降、密度は省く)は次式(1)で表される (A^μ はゲージ場、 $F^{\mu\nu}$ はゲージ場の強さ、 m はゲージ粒子の質量)。

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{m^2}{2} A^\mu A_\mu \quad (1)$$

ところがこの質量項はゲージ不変性をもたず、このままの形は許されない。しかし、(2+1)次元においては次式(2)のラグランジアンが許される ($\varepsilon^{\mu\nu\lambda}$ は完全反対称テンソル、 κ は定数)。

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{\kappa}{2} \varepsilon^{\mu\nu\lambda} A_\mu \partial_\nu A_\lambda \quad (2)$$

右辺第二項がいわゆる Chern-Simons 項と呼ばれる、量子ホール効果やトポロジカル絶縁体の有効理論などに現れるトポロジカルな項である。この項はゲージ場の質量項と見なすことができるが、ゲージ不変である。このラグランジアンから次式(3)のエネルギー-運動量テンソル

$$T^{\mu\nu} = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S}{\delta g_{\mu\nu}} \quad (3)$$

(S は作用、 $g_{\mu\nu}$ は計量テンソル、 g は $g_{\mu\nu}$ の行列式)を計算するとトポロジカルな項の影響は消失し質量項の影響は表れない。ただし、これはあくまでも古典レベルのはなしであり実際、エネルギー-運動量テンソルの真空期待値 $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ を計算すると質量項の影響は残る。これはゲージ場の質量が Casimir 力に影響を及ぼすことを意味し大変興味深い。[参考文献]1)H. B. Casimir, *Proc Koninkl. Ned. Akad. Wet.* **51**, 793 (1948).