

# 極値理論を利用した最大 SRAM データ保持電圧の統計解析

## Statistical Analyses of Worst Case SRAM Data Retention Voltage

### by Extreme Value Theory

東大生研<sup>1</sup>, 東大VDEC<sup>2</sup> ○水谷 朋子<sup>1</sup>, 竹内 潔<sup>1</sup>, 更屋 拓哉<sup>1</sup>, 小林 正治<sup>1,2</sup>, 平本 俊郎<sup>1</sup>

IIS, Univ. of Tokyo<sup>1</sup>, VDEC, Univ. of Tokyo<sup>2</sup> Tomoko Mizutani<sup>1</sup>, Kiyoshi Takeuchi<sup>1</sup>, Takuya Saraya<sup>1</sup>, Masaharu Kobayashi<sup>1,2</sup>, and Toshiro Hiramoto<sup>1</sup>

E-mail: mizutani@nano.iis.u-tokyo.ac.jp

**【はじめに】** 微細 SRAM アレイの最低動作電圧は、トランジスタ特性のランダムばらつきにより、最も悪いセルで決定される。したがって最悪値の推定は重要である。全セルの分布関数から最悪値の推定は可能だが、製造段階では個々のセル全ての測定は現実的ではない。本研究では、極値理論[1-4]を用いて、SRAM セルの最悪ケースのデータ保持電圧(DRV)の統計解析を行ったので報告する[5]。

**【極値理論】** 独立で同一分布に従うデータをブロックに分割したとき、同一分布が基本仮定を満たせば、各ブロック最大データの分布関数は、漸近的に一般化極値(GEV)分布関数に収束する。

$$G(z) = \exp \left[ - \left\{ 1 + \xi \left( \frac{z - \mu}{\sigma} \right) \right\}_+^{-1/\xi} \right], \text{ where } y_+ := \max\{y, 0\}$$

GEV分布関数  $G(z)$  は、形状パラメータ  $\xi$  の符号に応じて、I. Weibull 分布 ( $\xi < 0$ )、II. Gumbel 分布 ( $\xi = 0$ )、および III. Fréchet 分布 ( $\xi > 0$ ) の 3 種類に分類される。Fig.1 は 16k SRAM セル DRV の正規確率プロットである。65nm 技術の 6T-SRAM DMA-TEG を用いて測定した[6]。プロットは明らかに直線上にない正規分布には従っていない。極値理論に応用させる極値データを抽出するために、DRV データをそれぞれ 256 データが含まれる 64 ブロックに分割し、各ブロックから最大値(最悪ケース)を抽出した。極値理論に適用できるかを調べるために、最悪ケースの DRV データを Gumbel プロットした(Fig.2)。プロットはほぼ直線上にあり、Gumbel 分布に従うことが推測される。

**【統計解析】** 最悪ケースの DRV データを GEV 分布関数に当てはめ、最尤法を用いてパラメータ推定値を抽出した。さらに、パラメータ推定値と標準誤差を組み合わせて求めた形状パラメータ  $\xi$  の 95% 信頼区間を求めた。最悪ケースの DRV データの分布が Gumbel 分布である ( $\xi = 0$ ) 帰無仮説が棄却されない。Fig.3 に最悪ケースの DRV データを (a) GEV 分布関数および (b) Gumbel 分布関数に当てはめたときの Q-Q プロットを示す。特に右裾で Gumbel 分布によく適合している。以上より、最悪ケースの DRV データは Gumbel 分布に従うと判断した。大規模 SRAM の最悪ケースの DRV データは、当てはめた Gumbel 分布関数の外挿によって推定できる(Fig.4)。2.5Gb SRAM の DRV の最悪値は約 0.41V と推定された。

**【まとめ】** 極値理論を用いて SRAM セルの最悪ケースの DRV を統計解析した結果、Gumbel 分布に従うことがわかった。本解析方法を用いれば、元の分布がわからない場合でも、SRAM の最悪ケースの DRV データを外挿することができる。

**【文献】** [1] S. Coles, "An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values," Springer, 2001. [2] R. Takahashi and T. Shimura, "Extreme Value Statistics (in Japanese)," Kindai-Kagaku-sha, 2016. [3] E. Gilleland and R. W. Katz, JSS, vol. 72, p. 1, 2016. [4] R. L. Smith, *Biometrika*, vol. 72, p. 67, 1985. [5] T. Mizutani et al., Silicon Nanoelectronics Workshop, p. 25, 2019. [6] T. Hiramoto et al., IEEE TED, vol. 58, p. 2249, 2011.

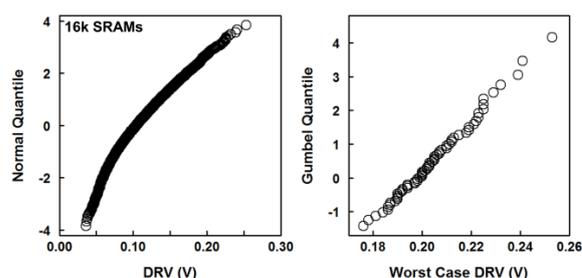


Fig.1. Normal quantile plot of measured DRV of 16k SRAM cells.

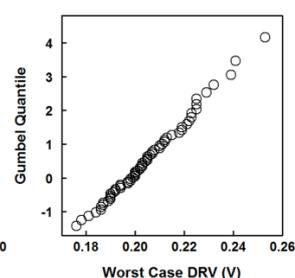


Fig.2. Gumbel plot of the worst case DRV of 64 blocks.

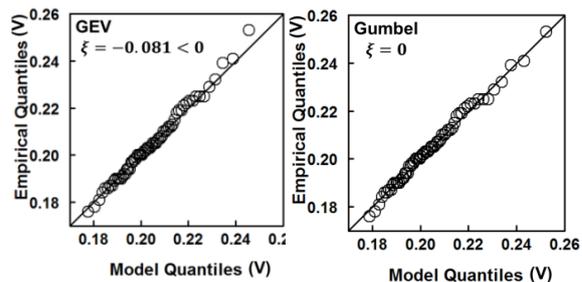


Fig.3. Model quantile vs. empirical quantile plots. (a) Three parameter GEV case. (b) Gumbel case ( $\xi = 0$ ).

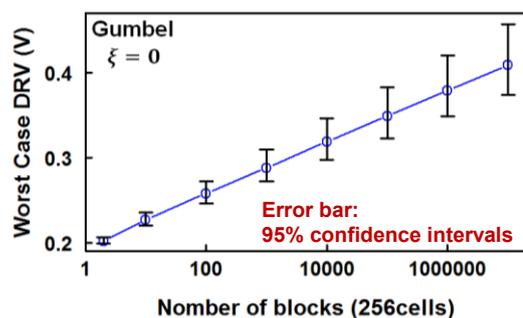


Fig.4. The worst case DRV as a function of the number of blocks.