チェッカーボード分解と共役アフィン変換対を用いた陽的数値積分法による磁束流シミュレーション

Flux-flow simulation by the explicit integrator using the checkerboard-decomposition and pairs of conjugate Affine transformations

有明高専 [1]　○ 松野 哲也 [1]
Natl. Inst. of Tech., Ariake Coll.[1], ○Tetsuya Matsuno[1]
E-mail: tetsuya@ariake-nct.ac.jp

1　はじめに

筆者は時間依存ギンツブルグ・ランダウ (time-dependent Ginzburg-Landau: TDGL) 方程式に基づいたシミュレーションによって第２種超伝導体における量子化磁束の運動の再現を行うための効率的数値積分アルゴリズムの開発を継続的に行ってきたが今回，そのアルゴリズムの性能評価（安定性解析，誤差評価）に関する報告を行うこととする．

2　方法

本研究では TDGL 方程式

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = (\nabla - \mathrm{i}\boldsymbol{A})^2\psi + \alpha\psi + \beta|\psi|^2\psi$$
$$\tau_A \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} = \mathrm{Im}[\psi^*(\nabla - \mathrm{i}\boldsymbol{A})\psi] - \nabla\times\nabla\times\boldsymbol{A}$$

（$\alpha > 0$, $\beta < 0$，τ_A は $\boldsymbol{A}$ の時定数）を用いて量子化磁束流に関するシミュレーションの性能評価を行った．

ここでは，チェッカーボード分解と共役アフィン変換対を用いる陽的数値積分法によって TDGL 方程式を数値的に解いた．オーダーパラメータ ψ の空間に関する離散化は，シミュレーション領域をチェッカボード状に２色に色分けされた頂点で構成する格子による標本化で実現した．すると，それぞれの色に対応する格子点上の ψ の値から構成される多次元ベクトルが逐次的に共役アフィン変換対で時間推進演算されていくように積分スキームを構成することができる．今回は時間に関して２次のスキームを構成した．図 1(a), (b) にチェッカボード格子の構成とシミュレーションの様子を示す．

3　結果

ゲージ場存在下で線形（$\alpha \neq 0$, $\beta = 0$）かつ α が空間に依存しないときの安定性解析を行った結果，ψ の積分スキームは無条件安定であることを理論的に示すことができた．α が空間に依存するとき，あるいは非線形のとき（$\beta \neq 0$）の安定性解析については今後の課題である．

時間刻み幅に関する近似精度（次数）の数値的確認を行った結果を図 2 に示す．本数値積分スキームは，時間刻み幅に関して２次の精度であることが確認された．

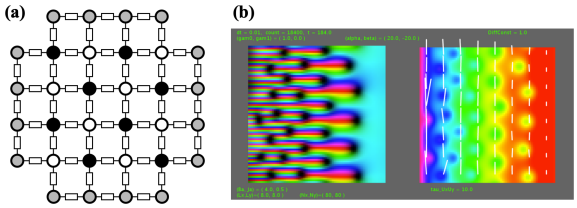

図 1: (a) チェッカボード格子．黒丸頂点と白丸頂点でオーダーパラメータ ψ の標本化を行う．周辺の灰色頂点は境界条件を定める．頂点間の長方形はゲージ場 $\boldsymbol{A}$ のためのリンク変数を表す．(b) 監視画面．左側は ψ，右側は $(\nabla\times\boldsymbol{A})_z$ を可視化したもの．

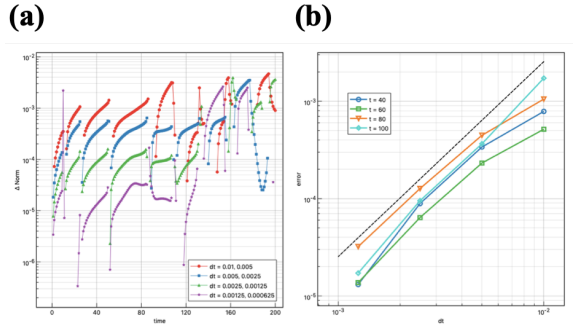

図 2: 磁束流シミュレーション時における本数値積分スキームの誤差評価．(a) 様々な時間刻み幅で求められたオーダーパラメータの絶対値 $|\psi(t)|$ を用いた誤差評価．(b) 指定した時刻における誤差の時間刻み幅依存性を示したもの．

© 2019年 応用物理学会