

光近接場顕微鏡用金属プローブの伝搬モードについて： 断熱近似との比較

Propagation Modes of Metallic Probes for Optical Near-Field Microscopy: Comparison with Adiabatic Approximation

福井大教育 ○栗原 一嘉

Univ. Fukui ○Kazuyoshi Kurihara

E-mail: kuri@u-fukui.ac.jp

準変数分離法を用いて光近接場光学顕微鏡の金属プローブの伝搬モードについて最近考察している¹⁾。金属プローブは、長形回転楕円体座標系で曲率半径を有する金属円錐でモデル化しているが、本発表では、曲率半径を無限小とした場合の円錐形状を考察する。円錐形状の境界条件は

$$\frac{1}{\varepsilon_1} \left[\sin \alpha \frac{P_{-1/2+i\tau}^{j-1}(\cos \alpha)}{P_{-1/2+i\tau}^{j-1}(\cos \alpha)} - \cot \alpha \right] = \frac{1}{\varepsilon_2} \left[\sin \alpha \frac{\hat{Q}_{-1/2+i\tau}^{j-1}(\cos \alpha)}{\hat{Q}_{-1/2+i\tau}^{j-1}(\cos \alpha)} - \cot \alpha \right] \quad (1)$$

$$\tau_1 = \sqrt{\zeta_u^{(0)}(r) + \kappa_1^2 r^2 - 1/4}, \kappa_1^2 = k_0^2 \varepsilon_1^2 / (\varepsilon_1 + \varepsilon_2); \tau_2 = \sqrt{\zeta_u^{(0)}(r) + \kappa_2^2 r^2 - 1/4}, \kappa_2^2 = k_0^2 \varepsilon_1^2 / (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \quad (1')$$

となる。ここで、 $P_{-1/2+i\tau}^{-1}(\cos \alpha)$ と $\hat{Q}_{-1/2+i\tau}^{-1}(\cos \alpha)$ は円錐関数である。 $\tau \rightarrow \infty$ では、円錐関数は、

$$P_{-1/2+i\tau}^{-\mu}(\cos \theta) \sim \tau^{-\mu} (\theta/\sin \theta)^{1/2} I_{\mu}(\tau \theta), \quad \hat{Q}_{-1/2+i\tau}^{-\mu}(\cos \theta) \sim \tau^{-\mu} (\theta/\sin \theta)^{1/2} K_{\mu}(\tau \theta) \quad (2)$$

と近似できるので、境界条件 (1) は、 $|\alpha| \ll 1$ で

$$\frac{1}{\varepsilon_1} \left[\tau_1 \frac{I_1'(\tau_1 \alpha)}{I_1(\tau_1 \alpha)} + \frac{1}{\alpha} \right] = \frac{1}{\varepsilon_2} \left[\tau_2 \frac{K_1'(\tau_2 \alpha)}{K_1(\tau_2 \alpha)} + \frac{1}{\alpha} \right] \quad (3)$$

と近似できる。ここで、 $I_1(\tau_1 \alpha)$ と $K_1(\tau_2 \alpha)$ は変形ベッセル関数である。さらに、公式

$$I_{\nu}'(z) = -\frac{\nu}{z} I_{\nu}(z) + I_{\nu-1}(z), \quad K_{\nu}'(z) = -\frac{\nu}{z} K_{\nu}(z) - K_{\nu-1}(z) \quad (4)$$

を用いて、近似された境界条件 (3) は

$$\frac{\tau_1}{\varepsilon_1} \frac{I_0(\tau_1 \alpha)}{I_1(\tau_1 \alpha)} + \frac{\tau_2}{\varepsilon_2} \frac{K_0(\tau_2 \alpha)}{K_1(\tau_2 \alpha)} = 0 \quad (5)$$

と変形される。式 (5) は、円錐形状の断熱近似で扱われる円筒型プラズモニク導波路の TM モードに対する境界条件²⁾

$$\frac{\xi_1}{\varepsilon_1} \frac{I_0(\xi_1)}{I_1(\xi_1)} + \frac{\xi_2}{\varepsilon_2} \frac{K_0(\xi_2)}{K_1(\xi_2)} = 0 \quad (6)$$

と数学的な形が類似している点に注目すべきである。ここで、 a を円筒半径として、

$$\xi_1 = \gamma_1 a, \xi_2 = \gamma_2 a; \quad \gamma_1^2 = \beta^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1, \quad \gamma_2^2 = \beta^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 \quad (7)$$

の関係があり、円錐形状のプラズモン波数 β は境界条件 (6) から決定される。式 (5) と式 (6) を詳細に比較すると、 $\tau_1 \alpha$ と ξ_1 が対応し、 $\tau_2 \alpha$ と ξ_2 が対応している。さらに、 τ_1 / r と γ_1 が対応し、 τ_2 / r と γ_2 が対応するが、中身を見ると必ずしも対応していない。このことは、分離関数 $\zeta_u^{(0)}(r)$ の取り方が不適当であることを意味している。分離関数 $\zeta_u^{(0)}(r)$ を、論文³⁾ の式 (35) の代わりに、

$$\frac{\zeta_j^{(0)}(r)}{r^2} + \varepsilon_j \frac{\omega^2}{c^2} = \frac{\zeta_u^{(0)}(r) + 1/4}{r^2} \quad (8)$$

のように定義すれば、式 (5) と式 (6) の一致度合が向上する。

参考文献

- 1) 栗原一嘉、「光近接場顕微鏡用金属プローブの伝搬モードについて：金属円錐モードからの類推」、2019 年 3 月、第 66 回応用物理学会春季学術講演会、11p-PB1-39.
- 2) アクティブ・プラズモニクス、梶川ら共著、コロナ社、p.75, (3.100).
- 3) K. Kurihara *et al.*, *J. Phys. A: Math. Theor.* **40** (2007) 12479-12503.