

量子電磁場の代数的構造

○ 安藤 浩志 (千葉大理)

ドレスト光子はナノメートル寸法の領域で電子や電子・正孔対と光子が結合して出来た準粒子であり、応用上非常に重要な対象である [5]. ドレスト光子の相互作用の数理を解明する事は重要であるが、現時点では荷電粒子との相対論的に共変な相互作用を記述する量子電磁力学の数学的に厳密なモデルは多くの技術的困難の為構成されておらず、現在も活発な研究が行われている [2]. 量子化された中性スカラー場についても状況は同様であるが、少なくともその様な量子場が存在したとすればどの様な性質を持つべきか?という点については作用素値超関数の満たすべき公理、および量子場の作る作用素環のネットの満たすべき公理双方について詳細な研究が行われている. また自由スカラー場 $\mathcal{S}(\mathbb{R}^4) \ni f \mapsto \phi(f)$ が与えられると、適当な時空領域 O において場の作用素の作る von Neumann 環 (Hilbert 空間上の有界線形作用素のなす単位的 $*$ 環で、強作用素位相で閉じたもの) $W^*\{\phi(f) \mid \text{supp}(f) \subset O\}$ は荒木の定理により、III 型因子環と言われる von Neumann 環が生成されることが知られている. その後の研究で III 型環が生成されるという性質は、非常に弱い仮定から導くことが出来る事も示されている [3]. 量子電磁場の場合には対応する研究は数少なく、満たすべき公理が何かも十分に理解されていない. そこで本研究ではまず自由なクーロンゲージ量子電磁場の代数構造について考察する. 数学的構成は [1] に詳述されているが、光子の 1 粒子空間 $\mathcal{E} = L^2(\mathbb{R}^3)^{\otimes 2}$ 上の Boson Fock 空間 $\mathcal{F}_{\text{ph}} = \mathbb{C}\Omega \oplus \bigoplus_{n=1}^{\infty} \mathcal{E}^{\otimes n}$ 上に定義される作用素値超関数 $\mathcal{S}(\mathbb{R}^3) \ni f \mapsto A_j(t, f)$ ($j = 1, 2, 3$) 達であり (時間方向は平均化しなくても良い. \otimes は対称テンソル積), 超関数の意味で $\sum_{j=1}^3 \partial_j A_j = 0$ を満たす. クーロンゲージ条件が相対論的に共変な条件でない為、作用素環のネットの相対論的共変性があるかどうか不明である事が問題を複雑にしている. 真空ベクトル Ω は巡回分離性を持つか、運動量切断 κ を与えた点様量子場 $A_{j,\kappa}(x)$ ($A_j(x)$ は存在しないが、その高運動量成分を削ったものは各点で意味を持つ) 作る作用素環 $M_\kappa(O)$ は、 $\kappa \rightarrow \infty$ でどの様に振舞うか (\mathcal{F}_{ph} 上の von Neumann 環全体 $\text{vN}(\mathcal{F}_{\text{ph}})$ に自然な Polish 位相を与える) などについて研究を進めている. 本講演ではこれらおよび関連する問題について、現状で分かっていることについて報告する.

謝辞

本研究は (社) ドレスト光子研究起点の助成を受けています.

参考文献

- [1] A. Arai, Analysis on Fock spaces and mathematical theory of quantum fields, World Scientific 2018.
- [2] 新井朝雄・河東泰之・原隆・廣島文生, 量子場の数理 (数学書房) 2016.
- [3] Rudolf Haag, Local quantum physics (Springer), 1992.
- [4] 岡村和弥・小嶋泉, 無限量子系の物理と数理 (SGC), 2013.
- [5] 大津元一, ドレスト光子 (朝倉書店), 2013.