リカレントニューラルネットワークによる Sigmoid 関数を用いた関数近似能力の拡張

Activation of Approximation Capacity with Sigmoidal Function in Recurrent Neural Network

°小柴 昌隆 [1]，榎本 洸一郎 [1]，宮城 茂幸 [1]，酒井 道 [1]（1. 滋賀県立大工）

°Masataka Koshiba[1], Koichiro Enomoto[1], Shigeyuki Miyagi[1], Osamu Sakai[1] (1. Univ. of Shiga Pref.)

E-mail: oi23mkoshiba@ec.usp.ac.jp

1. はじめに

現在まで，自然現象を記述する方法として，方程式や法則，あるいはそれらをネットワーク状に組み合わせた手法が用いられてきた[1]．しかし，自然現象は多くの要素から成り，単純化した方程式や法則で表現することは困難である．そのような状況で，深層学習とニューラルネットワーク（NN）[2]を基礎とした解析が多くの例に適応され，成果を挙げている．しかし，階層型 NN と伝達関数として用いる Sigmoid 関数による近似では，曲線のみの波形の近似が主で微分係数が連続でない点を含んだ関数などの表現が困難である．そこで本研究では，中間層にループ構造を含んだリカレントニューラルネットワーク（RNN）を用いることによって，その問題を解決できないか議論する．

2. 計算方法

今回使用した NN は, 入力層 1 層, 中間層 1 層, 出力層 1 層の 3 層の階層型 NN と, その中間層のノードの 1 つにループ構造を有した RNN である．それらを Figure 1 に示す．中間層の入力ベクトルを$\boldsymbol{X}$とし，$\boldsymbol{W_1}$，$\boldsymbol{W_2}$はエッジの重み係数，$\boldsymbol{b_1}$と$\boldsymbol{b_2}$はそれぞれ中間層と出力層のバイアス値とする．各ノードに値が入力された際に Sigmoid 関数を適用するとしたとき，中間層の出力$\boldsymbol{H}$と出力層の出力$\boldsymbol{Y}$は以下の通りとなる．aとbの内積を$a * b$と示す．

中間層の出力

$$\boldsymbol{H} = \mathrm{Sigmoid}(\boldsymbol{X} * \boldsymbol{W_1} + \boldsymbol{b_1})$$

出力層の出力

$$\boldsymbol{Y} = \mathrm{Sigmoid}(\boldsymbol{H} * \boldsymbol{W_2} + \boldsymbol{b_2})$$

Sigmoid 関数

$$\mathrm{Sigmoid}(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)}$$

3. 結果

Figure 2 に階層型 NN と RNN のそれぞれの出力層の出力について, エッジの重みリストとバイアス値がある 1 セットの場合を示す．階層型 NN の場合は出力される関数が曲線によって作られるのに対し，RNN の場合は出力の一部に微分係数が連続でない点（特異点）が見られた．階層型 NN でも，エッジの重み係数を非常に大きくすることで, Sigmoid 関数を Step 関数に近づけることが可能だが, 関数の一部での特異点はループ構造を有することによって表現できるものである．

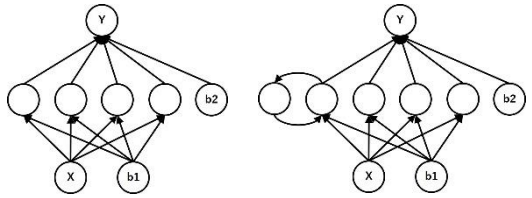

Figure 1. Neural networks that we used. Left figure is multilayered neural network, and right one is recurrent neural network. X is input, b_1 and b_2 is bias and Y is output.

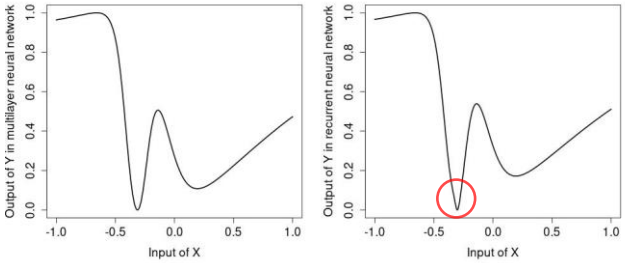

Figure 2. Outputs of Y in neural networks. Left figure is output in multilayered neural network, and right one is output in recurrent neural network. Red circle is the point of the singularity.

参考文献

[1] Osamu Sakai, Kyosuke Nobuto, Shigeyuki Miyagi, Kunihide Tachibana, Analysis of weblike network structures of directed graphs for chemical reactions in methane plasmas, AIP Advances **5**, 107140 (2015)

[2] Danilo Costarelli, Renato Spigler, Approximation results for neural network operators activated by sigmoidal functions, Neural Networks **44**, 101-106 (2013)