Maxwell-Chern-Simons ゲージ理論における Casimir 効果

Theoretical study on Casimir effect in Maxwell-Chern-Simons gauge theory

無所属　北川　均
H.Kitagawa
E-mail: kitagawadirac@gmail.com

場の無限自由度のため電磁場の零点エネルギーは発散するが、共振器内外の零点エネルギーの差は有限であり、内外を仕切る導体間の引力(Casimir 力)として現れることが、1948年にCasimir によって理論的に示された[1)]。以来、Casimir力は物理学の様々な分野（cavity-QED、場の量子論、宇宙論、超弦理論など）で現在に至るまで研究されてきている。Casimir 力の強さは空間次元により異なりまた両端の境界条件によりその符号も異なる（同種境界条件：Dirichlet/DirichletまたはNeumann/Neumann境界条件では引力、異種境界条件では斥力）。また(3+1)次元時空においてはゲージ粒子であるフォトンはゲージ不変性の要請により質量をもつことが許されないが、(2+1)次元時空においてはゲージ不変性を破ることなく質量をもつ、いわゆるChern-Simonsゲージ理論が成り立つ。Maxwell項とともにそのラグランジアン密度を次式に示す(Maxwell-Chern-Simons理論)。ここで$F_{\mu\nu}$はゲージ場の強さ、A_μはゲージポテンシャル、κは定数($-\kappa/2=m$が質量に相当)、$\varepsilon^{\mu\nu\lambda}$は完全反対称テンソルを表す。

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{\kappa}{2}\varepsilon^{\mu\nu\lambda}A_\mu\partial_\nu A_\lambda$$

この理論は量子ホール効果やトポロジカル絶縁体の有効理論として登場する。

前回[2)]、空間次元、境界条件、ゲージ粒子の質量などがCasimir力に及ぼす影響がζ関数正則化法を用いることで統一的に理解されることを報告した。ここでζ関数は次式で定義される。

$$\zeta(s) \equiv \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}$$

Casimir力の強さはこのζ関数に比例し境界条件の影響はその係数の符号の正負として現れ、またゲージ粒子の質量mの影響はζ関数を次式で再定義される変形ζ関数(仮称)で置き換えることで与えられる(質量が0の場合すなわち積分の下限が0の時は元のζ関数の積分表示と一致するように定義されている)。ここでLは共振器長を表す。

$$\zeta(3)_{:m\neq 0} \equiv \frac{1}{\Gamma(3)}\int_{\sigma}^{\infty} du'\frac{u'^2}{e^{u'}-1} \qquad \sigma \equiv 2Lm = 2L(-\frac{\kappa}{2})$$

今回は(3+1)次元時空におけるトポロジカルなゲージ場のCasimir力を調べた。ただし、(3+1)次元時空においてはChern-Simons項は存在しない。このため一旦(4+1)次元時空においてChern-Simons項を導入し、その後(3+1)次元時空に次元縮小化を行うという方法をとる。これにより(3+1)次元時空でのCasimir力を定量的に議論することが可能となる。

[参考文献]1)H.B.Casimir, ProcKoninkl.Ned.Akad.Wet.51,793(1948).2)北川, 2018年秋応物18a-225B-9.